Martin Gardner et la logique, le langage, la combinatoire et les probabilités

1. Réarranger les lettres de MOUTON VEAU pour former un nouveau mot[1].
2. Parmi les douze mois de l'année, combien possèdent 28 jours[2]
3. Jeu des devinettes
   Il faut trouver un mot de n lettres. Après chaque proposition le meneur de jeu dit si le nombre de lettres à la bonne place est pair ou impair.
   Trouver le mot avec les informations suivantes :
   pair pour FOI, ROI, OUI ; impair pour MOI, DUR, SEL[3].
4. Un crocodile qui dit à une maman "Vais-je manger ton bébé ? Réponds sans mentir et je te le rendrai sain et sauf". Que doit répondre la maman pour sauver son bébé
5. Le calendrier : Avec deux cubes sur lesquels un chiffre est écrit sur chaque face, il faut pouvoir écrire chaque jour du mois (de 01 à 31)[4].

6. Répartir 11, puis 10 pièces dans 3 tasses à café de façon que chaque tasse contienne un nombre impair de pièces.
7. "Si Sara ne veut pas, Wanda veut". Il est impossible que les deux propositions "Sara veut" et "Camille ne peut pas" soient vérifiées en même temps. Si Wanda veut, Sara veut et Camille peut. Il en résulte que Camille peut. Cette conclusion est-elle juste ?
8. Si Albert regarde la télévision, sa femme la regarde aussi.
   Denis ou Etienne ou tous deux à la fois regardent la télévision.
   Brigitte ou Claude, mais sûrement pas les deux à la fois, la regardent aussi.
   Denis et Claude la regardent tous les deux à la fois ou ne la regardent ni l'un ni l'autre.
   Si Etienne regarde la télévision, Albert et Denis la regardent aussi.
   Qui regarde la télévision et qui ne la regarde pas ?
9. Pour savoir si un fantôme est sincère (et dit la vérité), est menteur ou est "alternant" (et ment toutes les deux réponses), imaginer deux questions à poser.
10. Dans la forêt, Alice rencontre le lion et la licorne. Le lion ment les lundi, mardi et mercredi, tandis que la licorne ment les jeudi, vendredi et samedi. Tous les autres jours, les deux bêtes disent la vérité. "Hier était un jour où je mentais", dit le lion. "Hier était aussi un jour où je mentais", dit la licorne. Alice est capable d'en déduire le jour de la semaine. Quel est-il ?[5]

11. Sur une île, il y a, selon les tribus, des menteurs et des gens qui disent la vérité. Un logicien se trouve sur une route devant une fourche et veut demander au membre d'une tribu quelle route mène au village. Il ne peut poser qu'une seule question et ne sait pas si son interlocuteur ment. Quelle question pose-t-il ?[6]
12. Trois hommes (A, B et C) se trouvent devant vous. L'un répond toujours sans mentir aux questions posées ; le second ment toujours, et le troisième répond aléatoirement. Vous ignorez qui ment, qui ne ment pas, qui ment parfois, mais chacun de vos interlocuteurs le sait. Comment identifier vos trois hommes en ne posant que trois questions ? Chaque question peut être posée à la personne de votre choix, et on doit pouvoir y répondre par "oui" ou "non".[7]

---

[1] Revue Tangente 131
[2] Revue Tangente 131
[3] *"Math' circus"*, p.107
[4] *"Math' circus"*, p.107
[5] *"Le monde mathématique de Martin Gardner",* problème inspiré de R. Smullyan, p. 32
[6] GARDNER, *"Hexaflexagones, Probability, Paradoxes and the tower of Hanoi"*, Cambridge University Press, New York, 2008, p. 25
[7] GARDNER, "*Jeux mathématiques du Scientific American"*, p.191 et 197

13. Parmi 3 femmes-robots, l'une, la vertueuse dit toujours la vérité, l'autre ment toujours et la troisième dit parfois la vérité et parfois pas selon un programme aléatoire. Un étudiant a posé les trois questions suivantes et a trouvé l'identité de chaque robot.
    A la jeune fille de gauche, il a demandé : "Qui est assis près de vous ?" et elle a répondu "Le robot vertueux".
    A celle du milieu, il a demandé "Qui êtes-vous ?" et elle a répondu "Le robot inconstant"
    A celle de droite, il a demandé : "Qui est assis près de vous ?" et elle a répondu "Le robot menteur". Comment a-t-il fait ? "
    Prolongement : Les robots reviennent, dans un ordre aléatoire : l'un des robots est plus âgé, et les trois robots savent de qui il s'agit. L'un des robots porte un collier : il faut déterminer si c'est la plus âgée ou pas.[8]
14. "La semaine passée, j'ai éteint la lumière dans ma chambre à coucher et réussi à atteindre le lit avant que la chambre ne devienne sombre. Le lit est à 3 mètres de l'interrupteur : comment ai-je fait ?"
15. "Chaque fois que ma tante vient me rendre visite, elle quitte l'ascenseur cinq étages trop bas et monte le reste à pied. Pouvez-vous me dire pourquoi ?"

16. "Quel nom commun commence par IR, se termine par IE et a ON au milieu ?"
17. "Un soir, mon oncle lisait un livre passionnant lorsque sa femme éteignit la lumière. Quoique dans la pièce il fît nuit noire, il continua à lire. Comment a-t-il pu faire ?"
18. "Sur la Voie Express, un homme conduisait, son jeune fils était assis à sa droite. Soudain, la voiture dérapa et s'écrasa contre la culée d'un pont. Le père ne fut pas blessé, mais le garçon souffrait d'une jambe cassée. Une ambulance les conduisit à un hôpital proche. Le chirurgien allait opérer quand il s'écria : "Je ne peux pas opérer ce garçon. C'est mon fils !" Comment cela se peut-il ?
19. "Une dame avait oublié son permis de conduire. Elle franchit un passage à niveau fermé, s'engagea ensuite dans un sens interdit et l'emprunta pendant trois pâtés de maisons. Un agent de police qui avait tout observé ne l'arrêta pas. Pourquoi ?"
20. Une secrétaire tape à la machine quatre lettres, et sur quatre enveloppes, les adresses de leur destinataire. Si elle introduit les lettres au hasard, chacune dans une enveloppe, quelle est la probabilité pour que trois lettres et seulement trois parviennent aux bons destinataires ?

21. Voici un tour de cartes très simple. On a trois cartes à deux faces (X,X), (X,O), et (O,O). On en tire une et on regarde la face visible, par exemple X. Un magicien parie que sur l'autre face, il y a le même symbole (ici X) et il gagne une fois sur trois : pourquoi ?
22. Dans un tour similaire, il y a deux cartes rouges et une noire. Les cartes sont mélangées et présentées face cachée. Le joueur pointe une carte et peut en retourner une autre : si elle est noire, la partie est nulle. Cette façon de faire augmente-t-elle la probabilité d'avoir pointé la carte noire ?
23. Paradoxe du train : dans une gare, un train part toutes les 10 minutes en direction du nord, et un train part toutes les 10 minutes en direction du sud. Pourtant, un garçon qui prend le premier train venu part 9 fois sur 10 vers le nord et seulement une sur dix vers le sud. Pourquoi ?
24. Voici un jeu à deux : si A a une carte double face as noir / huit rouge et B une carte deux rouge / sept noir. A gagne le montant de sa carte si les deux couleurs coïncident et B si les deux couleurs diffèrent. Même si la somme des gains est nulle, B peut gagner en moyenne 1/3 tous les trois coups. Trouver la proportion optimale des deux stratégies pour les deux joueurs.

[8] GARDNER, "*Casse-tête dans le cosmos*", p.28

LOGIQUE ETC : SOLUTIONS

1. NOUVEAU MOT
2. Tous
3. MER
4. "Tu vas manger mon bébé"
5. Les chiffres 1 et 2 doivent figurer sur les 2 cubes, les 8 faces restantes étant complétées par les 8 chiffres restant.

6. Si le premier problème est très simple (7 – 3 – 1 pièces), le second demande de faire appel à l'inclusion en plaçant 1 tasse contenant une pièce dans une tasse qui en contient déjà 2, et les 7 pièces dans la tasse restante.
7. Oui
8. Seuls Claude et Denis regardent la télévision.
9. Demander deux fois au fantôme s'il est alternant.
10. Le lion ne peut dire "je mentais hier" que le lundi et le jeudi. La licorne ne peut faire la même chose que le jeudi et le dimanche, la réponse est donc jeudi.

11. Demander "Si je vous demande si cette route mène au village, me direz-vous "oui" ? Ceci oblige à dire la vérité. Une solution équivalente consiste à demander "Si je demandais à un autre membre de la tribu si cette route mène au village, que me répondait-il ?"
12. Demander à A " B dit-il plus souvent la vérité que C ?". S'il répond oui, C n'est pas "aléatoire", s'il répond non, B n'est pas aléatoire. Demander ensuite à l'homme qui n'est pas aléatoire n'importe quelle question dont la réponse est connue de lui et de vous, par exemple "Etes-vous aléatoire ?", ce qui permettra de savoir s'il ment ou s'il dit la vérité, et donc les identités des deux autres personnes.
13. Ecrire les six cas possibles et confronter aux affirmations donne la réponse : à gauche le robot inconstant, au milieu le robot menteur et à droite le vertueux.
    Pour le prolongement, poser comme première question, au robot de gauche "Est-il exact que le robot du milieu soit le menteur ou que le robot de droite dise la vérité. (si le robot répond oui, le robot du milieu ne peut être que vertueux ou menteur, si le robot répond non, le robot de droite ne peut être que le vertueux ou le menteur. Demander alors au robot du milieu si la réponse a été oui, sinon au robot de droite : "Si je vous demandais si la jeune fille au collier est la plus âgée, me répondriez-vous oui ?
14. Il faisait jour
15. La tante est naine et ne peut pas atteindre de bouton situé plus haut

16. Le mot est "IRONIE"
17. L'oncle était aveugle et lisait en braille.
18. Le chirurgien était la mère du garçon.
19. La dame marchait et n'était donc pas en voiture.
20. 0

21. La face visible permet de retire l'une des trois cartes, et il y a alors deux cas sur 3 qui sont favorables au meneur de jeu, puisqu'on ne sait pas de quelle face il s'git pour la face visible.
22. .Il y a 6 cas, et a priori une chance sur trois de pointer la bonne carte. Le cas de partie nulle fait retirer deux des 6 cas, il en reste donc 4, dont deux favorables, soit une probabilité de ½. (Il y a plusieurs variantes à ce problème, notamment avec des boîtes.)
23. Le train vers les Sud part une minute après celui vers le Nord.
24. Le théorème du minimax (Von Neumann) montre que le point-selle (minimum des maxima et maximum des minima) ne s'obtient que par une stratégie optimale des deux joueurs.
    Solution pour A : somme des gains en valeur absolue avec l'as noir : 3, avec le huit rouge, 15, ce qui donne comme rapport 5/1. A doit donc jouer cinq fois son as pour une fois son huit. Cela lui permettra de limiter ses pertes à 1/3 par coup en moyenne. Solution pour B : somme des gains en valeur absolue avec le deux rouge : 8, avec le sept noir, 10, ce qui donne comme rapport 5/4. B doit donc jouer cinq fois son sept noir pour une fois son deux rouge.

Martin Gardner et les nombres

1. Dans le "tour du neuf", il faut compter un nombre à partir de l'extrémité inférieure d'un neuf constitué en pièces de monnaie (voir dessin) dans le sens antihorlogique puis recompter ce nombre dans le sens horlogique. La position d'arrivée est toujours la même : où est-elle et pourquoi ?
2. Tour des pièces de monnaie[9] : une poignée de pièces est posée sur la table, puis le magicien se retourne et le spectateur retourne un nombre de pièces au choix, mais en le signalant par "pièce retournée".
   Enfin, le spectateur cache une pièce, le magicien se retourne et dit si elle est posée "pile" ou "face".
3. Ecrire une daté clé (jour de sa naissance, …) en chiffres JJMMAAAA, mélanger les chiffres, soustraire le plus petit nombre du plus grand et additionner les chiffres : le résultat est toujours 9.
4. Parmi les propositions suivantes, trois sont fausses. Quelles sont-elles ?[10]
   a) 2 + 2 = 4 b) 4 : ½ = 2
   c) (3 + 1/5) x (3 + 1/8) = 10 d) 7 – (-4) = 11
   e) -10 (6-6) = -10
5. Montrer que dans un pays fabuleux : 31 oct = 25 déc
6. Un voyageur possède une chaîne à 23 anneaux. Pour payer sa logeuse, il lui donnera un anneau par jour. Quel est le plus petit nombre d'anneaux à découper pour pouvoir payer chaque jour la logeuse ? Même problème avec 63 anneaux et 63 jours[11].
7. Cinq dés "magiques" portent des nombres particuliers[12] :
   dé 1 : 483 – 285 – 780 – 186 – 384 – 681
   dé 2 : 642 – 147 – 840 – 741 – 543 – 345
   dé 3 : 558 – 855 – 657 – 459 – 954 – 756
   dé 4 : 168 – 663 – 960 – 366 – 564 – 267
   dé 5 : 971 – 377 – 179 – 872 – 773 – 278
   Le spectateur jette les cinq dés, et le magicien trouve directement leur somme : comment ?
8. Ecrire les chiffres ou prévoir un jeu de cartes avec les 1, 4, 2, 8, 5, 7 piques dans cet ordre sur une bande circulaire qui sera collée (chiffres sur la face intérieure) et un dé. Dire que l'on peut prévoir la réponse et proposer de calculer le produit du nombre formé par les 6 piques du nombre que marque le dé. Couper la bande au bon endroit et déplier. Pourquoi est-ce possible
9. Dans un magasin, on solde 30 vieux disques à 10 € les deux et 30 autres disques à 10 € les trois, ce qui rapporte en tout 250 € ; le lendemain, le vendeur décide de vendre plus simplement 60 disques à 20 € les cinq, mais ceci ne lui rapporte plus que 240 €. Pourquoi est-ce différent ?
10. Problème des deux mathématiciens Pierre et Serge qui discutent avec leur concierge. Elle leur dit :"J'ai choisi deux nombres entre 2 et 100", elle donne à Pierre un papier en lui disant "Voici leur produit", et à Serge un papier en disant "Et voici leur somme". Pierre dit "Ce produit ne me suffit pas", et Serge répond "Je le savais". Pierre conclut "Alors je connais les deux nombres" et Serge termine en disant "Alors moi aussi". Il faut retrouver les nombres.
11. Expliquer le tour suivant, qui nécessite trois dés, qui sont jetés sur une table[13].
    On demande au spectateur de multiplier par deux la valeur de la face supérieure du premier dé, d'ajouter 5 au résultat et de multiplier le tout par cinq. Il doit y ajouter la valeur du deuxième dé et tout multiplier par dix. Il doit enfin ajouter au résultat la valeur du troisième dé. Le magicien trouve alors la valeur de chaque face de dé.

---

[9], "*Mathématiques, magie et mystère*", p. 72
[10], *"Math' Festival"* p. 79
[11] "*Haha ou l'éclair de la compréhension en mathématique*", p. 36-37
[12] GARDNER, "*Mathématiques, magie et mystère*", p. 118
[13] GARDNER, "*Mathématiques, magie et mystère*", p. 54

NOMBRES: SOLUTIONS

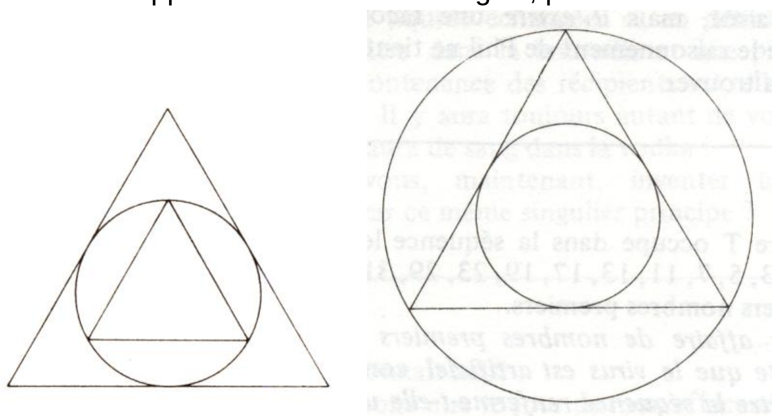
1. Le comptage antihorlogique donne la position x-8 puis le comptage dans le sens horlogique décale de -x, ce qui fait aboutir à la 8e pièce de monnaie.
2. Le magicien mémorise la parité des "faces" puis la parité du nombre de changements.
3. Ce "tour" est lié à la preuve par neuf : la différence entre deux nombres ayant le même reste lors d'une division par neuf est un multiple de neuf (de somme des chiffres valant neuf).
4. b, e et l'énoncé !
5. 31 en base huit vaut bien 25 en base dix
6. couper le 4e et le 11e anneau. Pour les 63 jours, laisser 32 – 16 – 8 – 4, en plus des 3 anneaux isolés, ce qui fait couper les anneaux 33, 50 et 59.
7. La somme est un nombre à quatre chiffres, les deux derniers étant la somme des derniers chiffres de chaque nombre, et les deux premiers son complément à 50.
   (prolongement : trouver pourquoi[14]).
8. Le nombre 142 857 a pour caractéristique que ses produits par 1, 2, 3, 4, 5 et 6 donnent des nombres dont les chiffres sont ses six permutations circulaires.
   1 x 142 857 = 142 857 ; 2 x 142 857 = 285 714 ; 3 x 142 857 = 428 571 ;
   4 x 142 857 = 571 428, 5 x 142 857 = 714 285 et 6 x 142 857 = 857 142.
9. 30.10/2 + 30. 10/3 ≠ 60.20/5
10. P doit avoir au moins 5 diviseurs (et n'est donc ni premier, carré ou cube d'un nombre premier, ni produit de deux nombres premiers). Pour S, on regarde les décompositions en 2 nombres dont le produit possède au moins 5 diviseurs. Ensuite, si Pierre connaît le résultat, c'est qu'il a une seule décomposition en produit dont la somme est une des sommes possibles pour Serge. Par vérifications successives, on trouve pour Serge 17 = 4 + 13. Les deux nombres sont donc 4 et 13.
11. Les résultats successifs sont : 10x+25, puis 100x + 10y + 250 et enfin 100x+10y+z+250. Le magicien n'a plus qu'à soustraire 250 pour trouver la valeur de chaque face de dé.

[14] Sur chaque dé, les dizaines sont les mêmes sur chaque face, leur somme sur les 5 dés vaudra 30 (soit 3 centaines). Sur chaque dé, les nombres de centaines et d'unités sont toujours complémentaires (7 pour le dé 1, 8 pour le dé 2, 13 pour le dé 3, 9 pour le dé 4, 10 pour le dé 5). La somme des centaines et des unités vaudra donc pour chaque jet : 7 + 8 + 13 + 9 + 10 + 3 (report lié à la somme des dizaines), soit 50.

12. Trouver l'erreur dans le raisonnement suivant, tenu par un jeune garçon pour excuser son absence :
 "J'ai besoin de 8h de sommeil, qui font 2920 h pour une année, soit environ 122 jours. Les samedis et les dimanches font 104 jours. Il y a 60 jours de grandes vacances. Il faut 3h par jour pour manger, soit environ 45 jours. Si on accorde 2h de récréation par jour, soit 30 jours par an, il ne reste que 4 jours pour être malade."
13. Un skieur prend un remonte-pente qui va à 5 km/h et veut descendre à une vitesse telle que sa vitesse moyenne soit de 10 km/h. A quelle vitesse doit se faire cette descente ?
14. Trouver la distance parcourue par un chien allant à 8 km/h successivement vers deux personnes distantes de 1 km et qui se dirigent l'une vers l'autre à 2 km/h.
15. Il y a six poids : une paire de bleus, une paire de blancs et une paire de rouges. Dans chaque paire, l'un est un peu plus lourd que l'autre, et les trois poids les plus lourds d'une part, les plus légers de l'autre ont respectivement le même poids. Identifier les poids les plus lourds en deux pesées[15].
16. Ranger des poids du plus léger au plus lourd avec un nombre minimum de pesées. Pour 2 objets, il en faut une, pour trois objets trois. Et pour quatre objets ? (pour les plus forts, chercher comment ranger 5 poids avec un maximum de 7 pesées[16]).

17. Déterminer parmi 10 bocaux d'un pharmacien lequel contiennent des pilules ayant un excédent de poids de 10 mg, puis à essayer de généraliser au cas où il y a un nombre inconnu de mauvais bocaux.

18. Trouver le rapport entre les deux triangles, puis entre les deux disques.

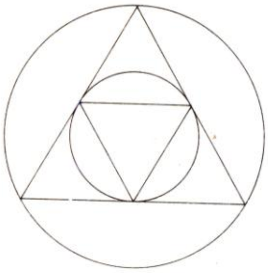


19. Problème des douze allumettes : Avec 12 allumettes, réaliser le périmètre d'un polygone dont l'aire doit valoir quatre fois celle du carré unitaire.

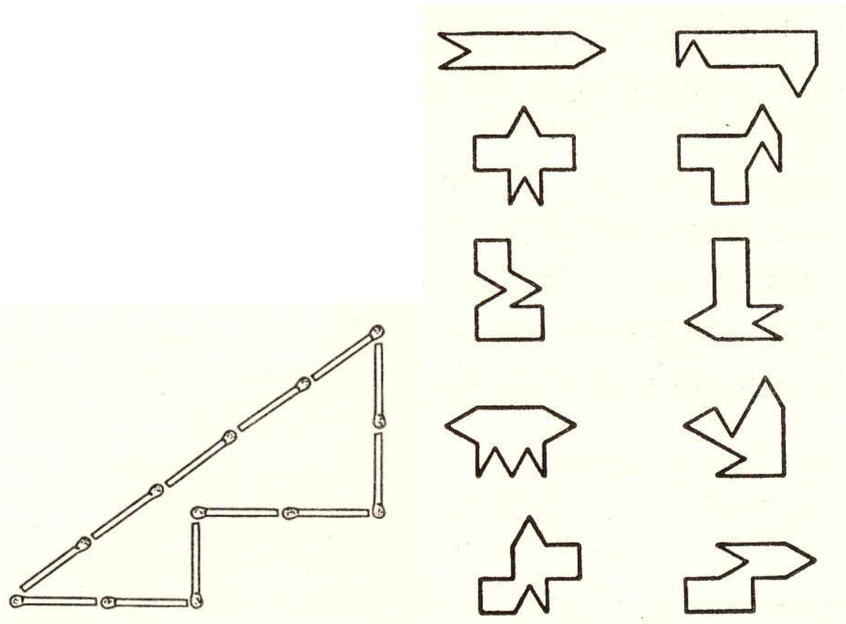
[15] GARDNER, *"Math' circus"*, p.118
[16] GARDNER, "*Jeux mathématiques du Scientific American"*, pp.120, 121 et127

GRANDEURS : SOLUTIONS

1. Plusieurs éléments sont comptés plusieurs fois : sommeil et samedis – dimanches, vacances, jours et temps pour manger.
2. A une vitesse infinie !
3. 2 km (le double de la distance initiale)
4. Première pesée : un poids rouge et un blanc sur un plateau, l'autre blanc et un bleu. S'il y a équilibre, comparer ensuite les poids blancs, sinon, garder une des deux couleurs (bleu ou rouge) et comparer avec l'autre poids de même couleur.
5. Pour 4 objets ABCD, cinq pesées suffisent : A et B, C et D, les deux plus légers, les deux plus lourds, le plus lourd des plus légers et le plus léger des plus lourds.
6. Dans le 1er cas, prendre 1 pilule du premier bocal, 2 du 2e, … et peser le tout : le nombre de dizaines de mg en trop désignera le mauvais bocal. Dans le second cas, il faut une décomposition unique de la somme, ce qui amène à prendre 1 pilule du 1er bocal, 2 du 2e, 4 du 3e bocal , …
7. Rapport de 1 à 4 (voir schéma)



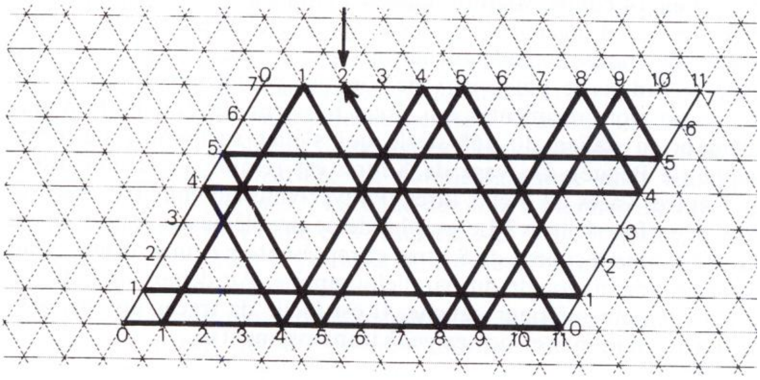
8. Voici la solution la plus classique, mais aussi quelques autres possibilités :



20. Au cours d'une soirée qui réunissait un certain nombre de personnes, de nombreuses poignées de mains furent échangées. Mais combien de personnes ont serré un nombre impair de mains ? [17]
21. A l'aide de deux récipients de respectivement 11 l et 7 l, obtenir exactement deux litres.
22. Cinq verres pleins et cinq verres vides sont alignés et disposés en alternance (PVPVPVPVPV). Comment placer d'abord les cinq verres pleins puis les cinq verres vides en touchant le moins de verres possibles ?
23. Préparer trois steaks grillés le plus vite possible sur un grill (à une face) qui ne peut en faire cuire que deux à la fois et met 3 minutes pour cuire une face[18].
24. Une personne veut inviter 7 personnes qui ne se rencontreront qu'une seule fois. De combien de façons est-ce possible ? Et pour 9 personnes ?

GRAPHES : SOLUTIONS

9. Associons chaque sommet à une personne et chaque arête à une poignée de mains. Un sommet pair est un sommet origine d'un nombre pair d'arêtes. Comme toute arête relie deux sommets, le nombre total d'extrémités d'arêtes est pair.
10. Une solution s'obtient en 18 étapes (voir schéma), la solution minimale en comporte 14.



Récipient de 11 l.	11	4	4	0	11	8	8	1	1	0	11	5	5	0	11	9	9	2
Récipient de 7 l.	0	7	0	4	4	7	0	7	0	1	1	7	0	5	5	7	0	7

11. Gardner propose deux solutions [19] :
une première consiste à déplacer 4 verres (2 et 9, 4 et 7). Une deuxième, plus subtile, consiste à prendre le second verre et le vider dans le 7e, et prendre le 4e verre pour le vider dans le 9e, ce qui ne fait déplacer que deux verres.
12. Il faut 9 minutes, en grillant le steak A1 et B1, puis en grillant l'autre face A2 et CI, et enfin B2 et C2.
13. La solution unique est (1,2,4), (2,3,5), (3,4,6), (4,5,7), (5,6,1), (6,7,2), (7,1,3).
Pour 9 invités, il y a une solution : (1,2,3) , (4,5,6), (7,8,9), (1,4,7), (2,5,8), (3,6,9), (1,5,9), (2,6,7), (3,4,8), (1,6,8), (2,4,9), (3,5,7).

---

[17] GARDNER M., "*Casse-tête dans le cosmos"*, p. 75
[18] GARDNER M., "*Haha ou l'éclair de la compréhension mathématique",* Pour la Science, Belin, 1979, p. 27

[19] GARDNER M., "*Haha ou l'éclair de la compréhension mathématique",* Pour la Science, Belin, 1979, p. 17