

# LES PLAISIRS DES RALLYES MATHÉMATIQUES

J. Lamon - 14 mars 2005

# Plan de l'exposé

- 1. Qu'est-ce qu'un Rallye Mathématique ?
- 2. Pourquoi organiser un rallye mathématique ?
- 3. Quelles informations tirer des rallyes ?
- 4. Existe-t-il d'autres activités de ce type ?

# 1. Qu'est-ce qu'un Rallye Mathématique ?

- Contenu
- Organisation

## 2. Pourquoi organiser un Rallye dans ma classe ?

- Améliorer le climat de classe
- Motiver tous les élèves, (re)trouver le plaisir des mathématiques

## 10 caractéristiques pour susciter la motivation (R. Viau)

Pour être motivante, une activité devrait

- être signifiante aux yeux de l'élève,
- être diversifiée et s'intégrer aux autres activités,
- représenter un défi pour l'élève,
- avoir un caractère authentique à ses yeux,
- exiger de sa part un engagement cognitif,
- le responsabiliser en lui permettant de faire ses choix,
- lui permettre d'interagir et de collaborer avec les autres,
- avoir un caractère interdisciplinaire,
- comporter des consignes claires,
- se dérouler sur une période de temps suffisante.

- Développer des compétences

- Développer la culture mathématique

*« La culture mathématique d'un individu ne se résume pas à la quantité de savoirs mathématiques qu'il connaît (concepts, théorèmes, résultats), ou à un ensemble d'éléments numériques à maîtriser, mais comprend aussi sa capacité de relier, d'organiser ces connaissances, celle de poser et de résoudre des problèmes nouveaux et enfin celle de prouver par des raisonnements particuliers ce qu'il avance. »*

(Roland Charnay)

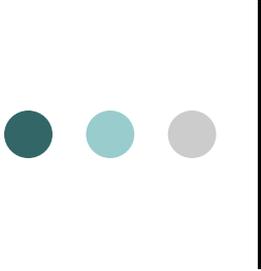
- Proposer des situations nouvelles et complexes

- Repérer les difficultés des élèves

### 3. Quelles informations tirer des Rallyes ?

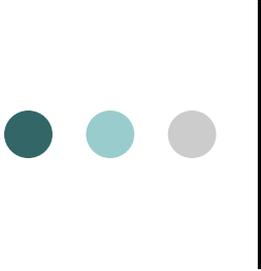
- Analyse des questions posées en 2004

Basée sur les raisonnements écrits par chaque groupe d'élèves des différentes classes (107)



## Question 1 : Refusons le manque de pot

« Un artiste contemporain nous propose l'assemblage suivant : un premier cube de trois mètres d'arête est posé sur le sol. Un deuxième cube de deux mètres d'arête est posé sur le premier. Un troisième cube d'un mètre d'arête est enfin posé sur le tout. L'artiste demande que toutes les parties visibles soient peintes en rouge pour symboliser l'agressivité du monde moderne. Chaque pot de peinture permet de couvrir  $5 \text{ m}^2$ . Combien de pots faut-il ? Comment raisonner ? »



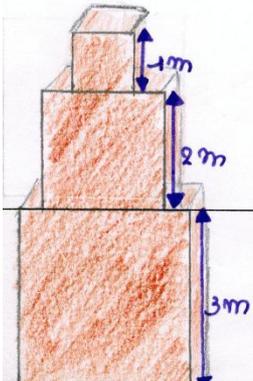
# Analyse de la question 1

- ❑ Taux de réussite : 46,7 % (40 %– 53%)
- ❑ Faces cachées (26)
- ❑ Calcul d'aires (13)
- ❑ Confusion aire – périmètre (7)
- ❑ Notations (égalités) (8)
- ❑ Peu de recours au dessin (23) et encore moins au dessin en perspective (11) : 54 écrivent en français, 26 n'écrivent que des calculs.

# Quelques exemples de réponses

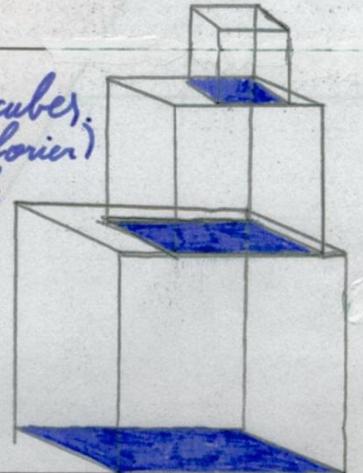
$$\begin{aligned} & 1\text{ m} \cdot 1\text{ m} + 2\text{ m} \cdot 2\text{ m} + 2\text{ m} \cdot 2\text{ m} \\ & 2\text{ m} \cdot 2\text{ m} - 1\text{ m} \cdot 1\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 3\text{ m} + \\ & 3\text{ m} \cdot 3\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 7,4\text{ m}^2 \end{aligned}$$

= 8 pots

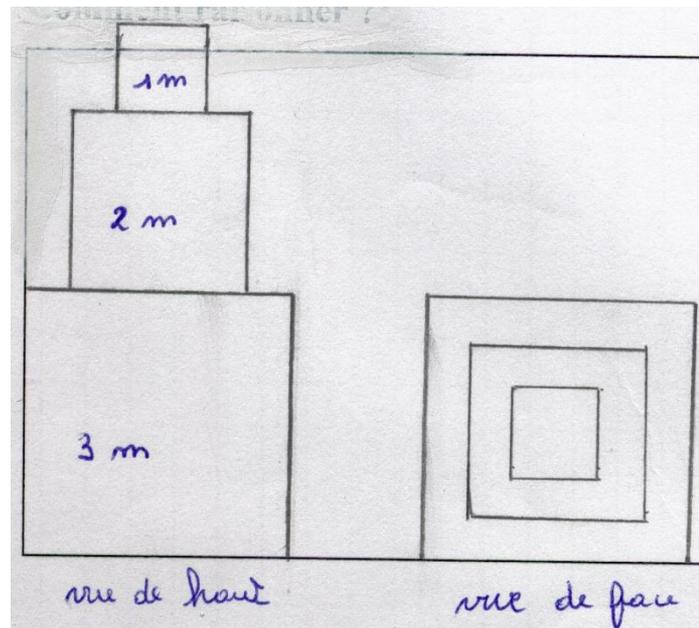
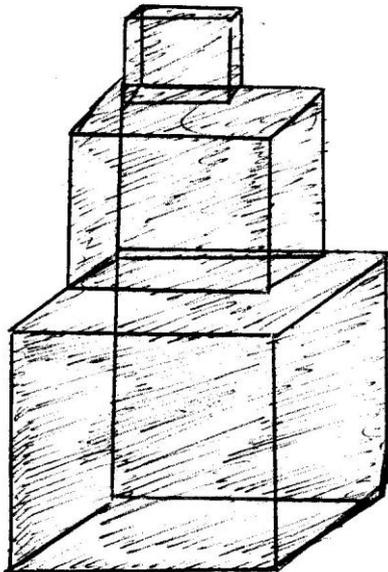
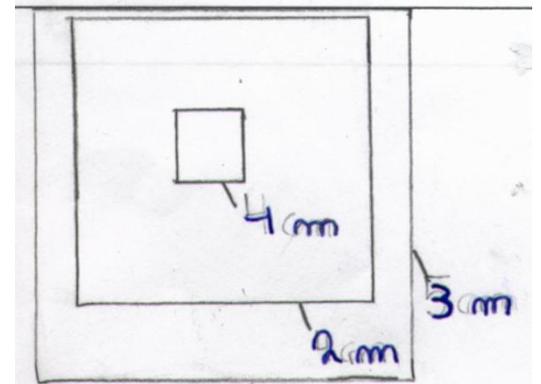
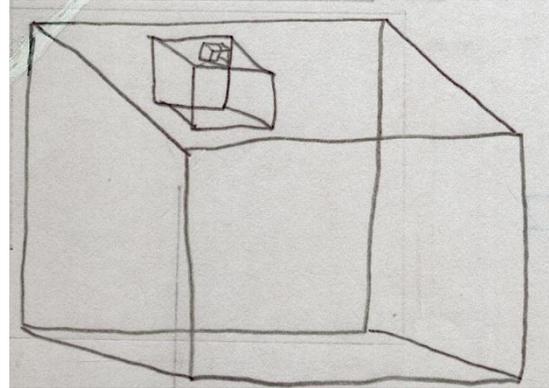
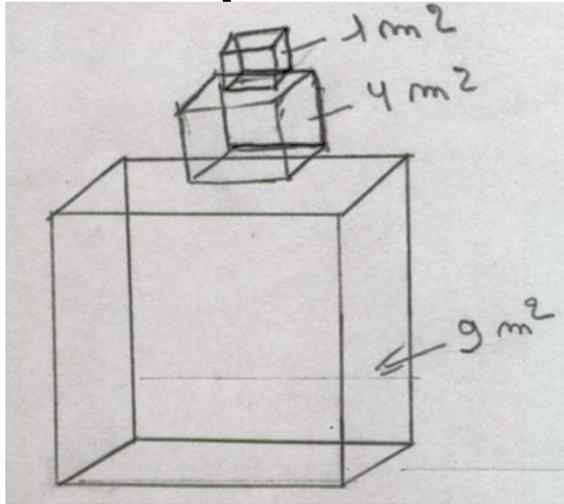


Comment raisonner ?

On dessine la forme avec les cubes.  
On supprime les faces invisibles (colorier).  
On calcule les faces puis on multiplie  
par six pour savoir les  $\text{m}^2$  de  
toute la face puis on enlève  
une face de chaque cube.



# Quelques dessins proposés



## Question 2 : La bonne coupe

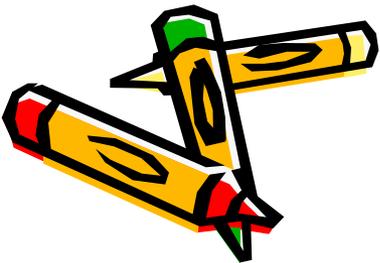
« Votre enveloppe contient un carton de format A4. On vous demande ici de le découper en 6 formes géométriques identiques sans déchet.

Mais ce serait trop simple : dans un souci de créativité, on refuse les triangles et les rectangles. Plus votre solution sera originale, plus vous marquerez de points ...

Alors à vous d'imaginer.

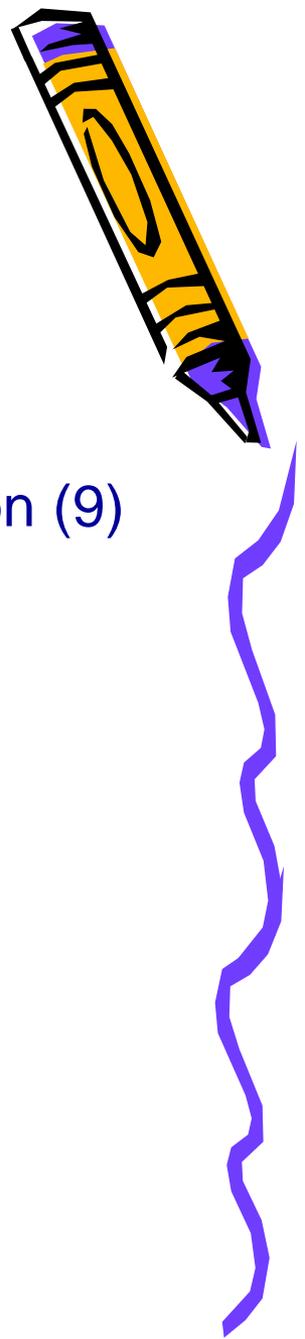
Glisser ensuite les découpes dans l'enveloppe.

Expliquer en trois lignes comment vous avez commencé à raisonner. »



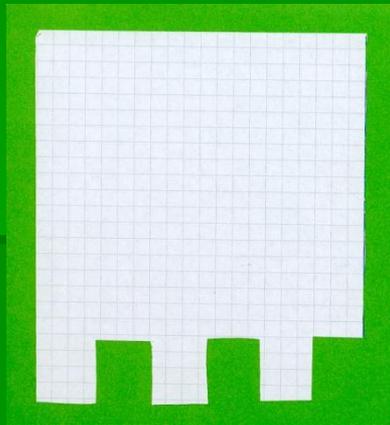
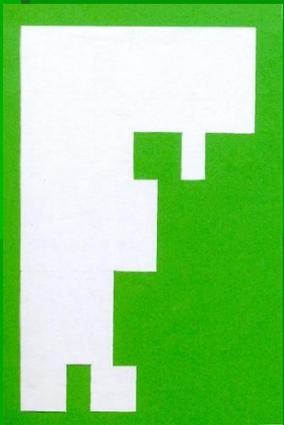
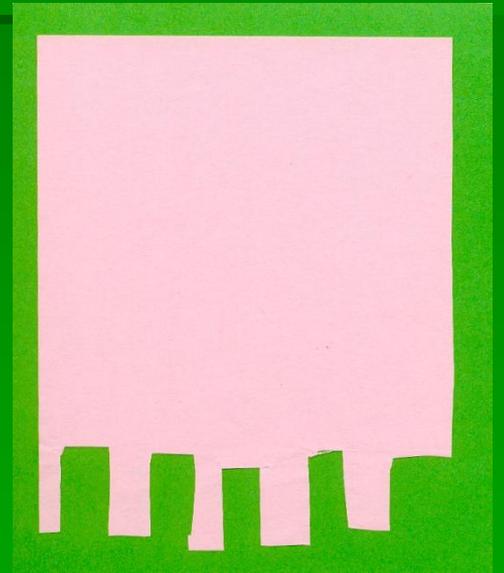
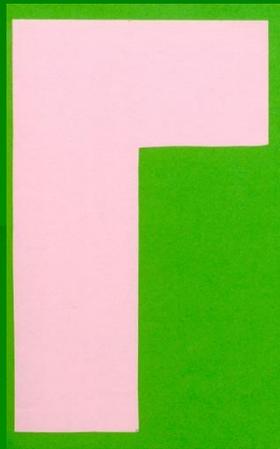
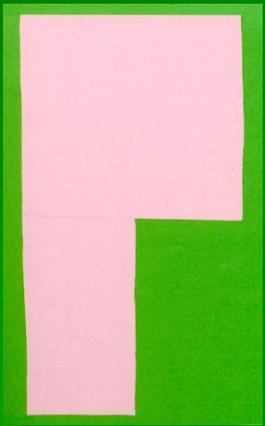
# Analyse de la question 2

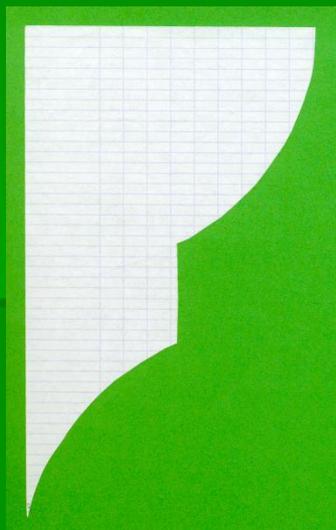
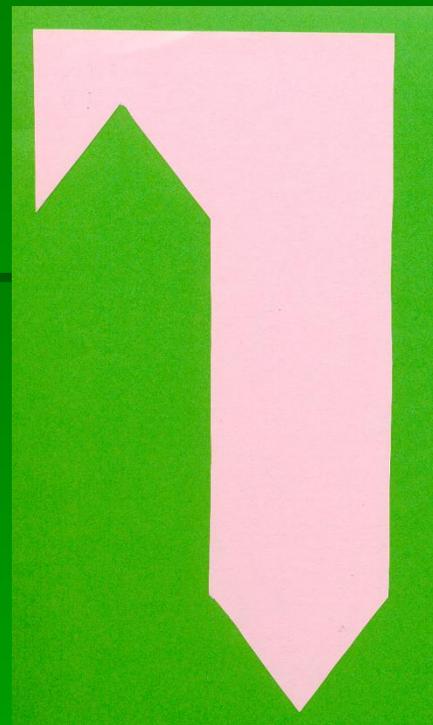
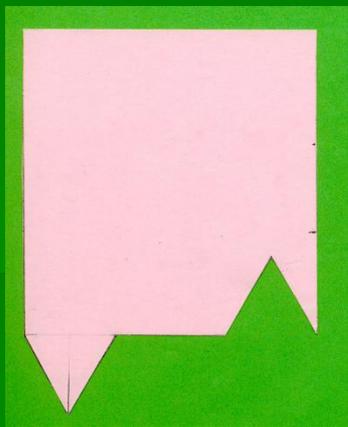
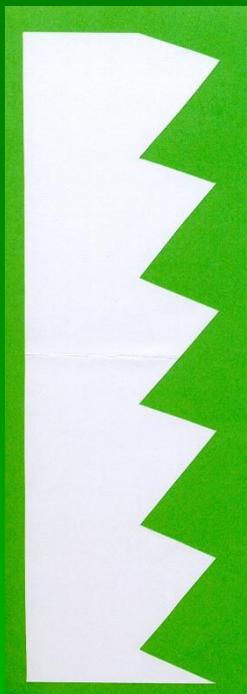
- ❑ Taux de réussite : 64,5 % (52% - 75 %)
- ❑ Marche à suivre (53), approche globale (15)
- ❑ Confusion rectangle – carré (20) avec justification (9)
- ❑ Non respect de la consigne (12)
- ❑ Précision
- ❑ Formes :
  - trapèzes rectangles 43
  - forme en L : 10
  - formes concaves avec « dents » : 7
  - Formes avec demi disques : 3
  - « Escaliers » (3)
  - Encore plus complexes (2)



# Exemples de formes trouvées







## Question 3 : Quel est l'âge du capitaine ?

*« C'est à cette question fondamentale qu'il nous est enfin possible de répondre. On sait en effet aujourd'hui que le fameux capitaine est arrière-grand-père. De plus, par un hasard exceptionnel, son âge actuel est égal au nombre total de ses enfants, petits-enfants et arrière-petits-enfants. Autre hasard fabuleux : le célèbre capitaine, ses enfants et petits-enfants ont eu exactement le même nombre d'enfants... Incroyable, n'est-il pas ? Alors quel est l'âge du capitaine ? Et quel fut en gros votre raisonnement ? »*

# Analyse de la question 3

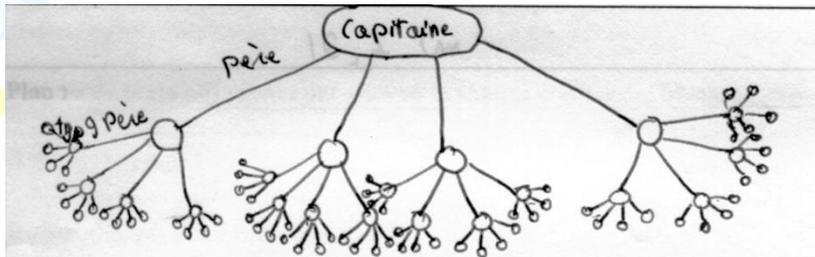
- Taux de réussite : 69% (60% - 78%)
- Peu d'erreurs apparentes : arbre (7), énoncé (2), problème jugé impossible (2)
- Vérification d'une solution (56) plutôt qu'exploration systématique (14)
- Utilisation d'un arbre (42) plutôt que d'une expression avec une inconnue (7) : peu de recours à une expression littérale
- Essais-erreurs (8)

# Quelques exemples de réponses

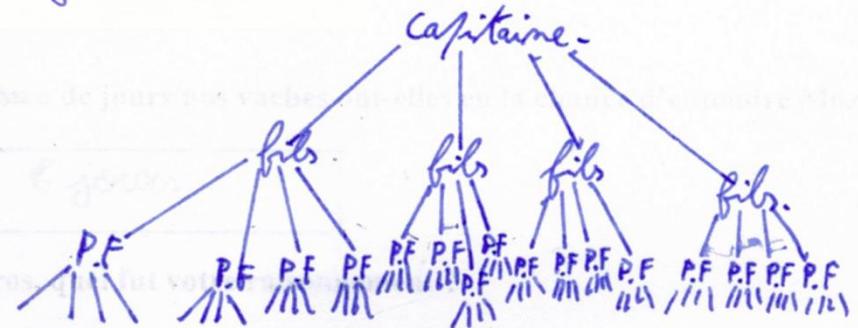
AGP



Nous avons constaté que si chaque parent avait chacun 4 enfants nous arrivions à 84 ans, et cela est un âge raisonnable pour un arrière-grand-père



Si on additionne les enfant, les petit enfants et les arrière petits enfants on arrive à 84 enfants donc 84 ans.



## Question 4 : Sommes-nous bien lotis ?

---

« Un promoteur immobilier décide de découper un terrain rectangulaire en y faisant passer deux chemins perpendiculaires aux côtés du rectangle (et donc entre eux). Il obtient ainsi quatre parcelles dont les superficies sont :  $260 \text{ m}^2$ ,  $500 \text{ m}^2$ ,  $715 \text{ m}^2$  et  $1375 \text{ m}^2$ .

Les dimensions des rectangles sont des nombres entiers.

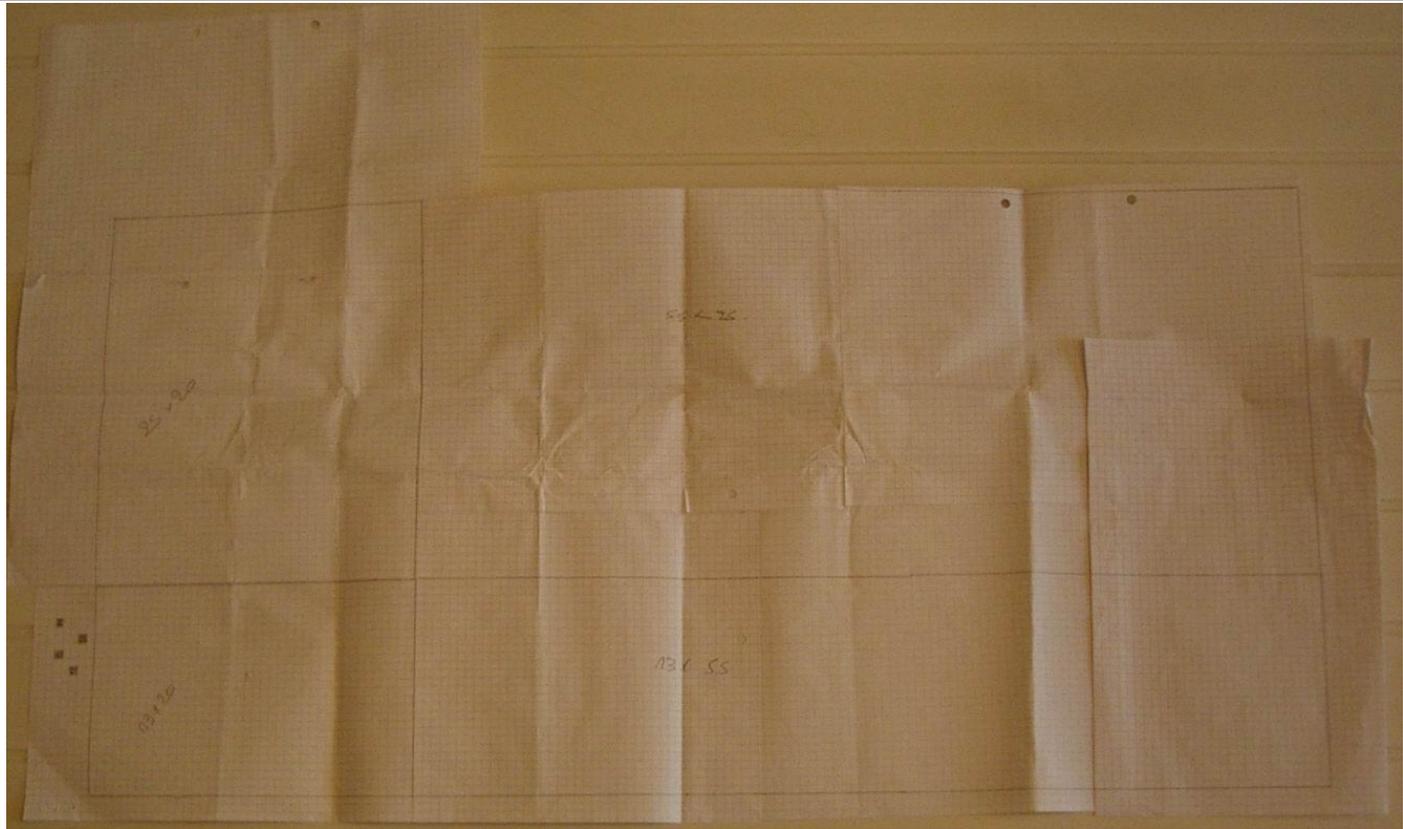
On vous demande de faire un plan du terrain correspondant à ces indications, en indiquant les dimensions de chaque parcelle. »

# Analyse de la question 4

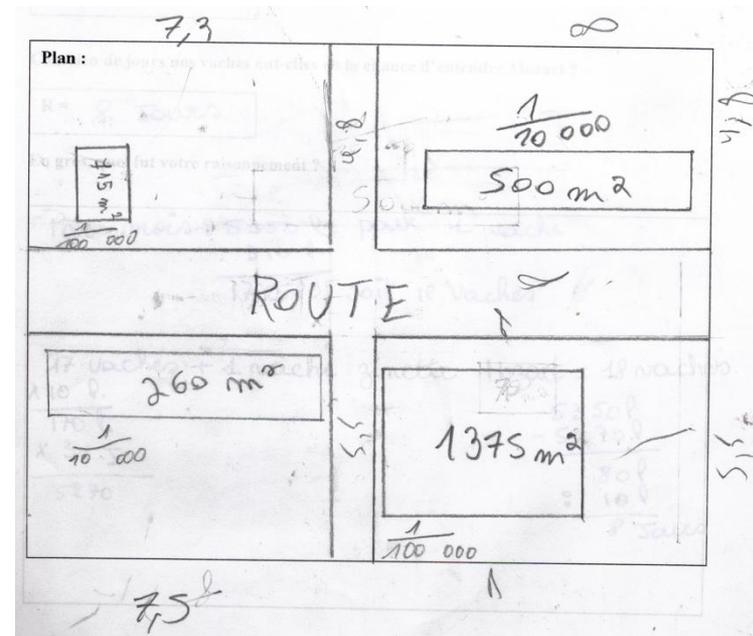
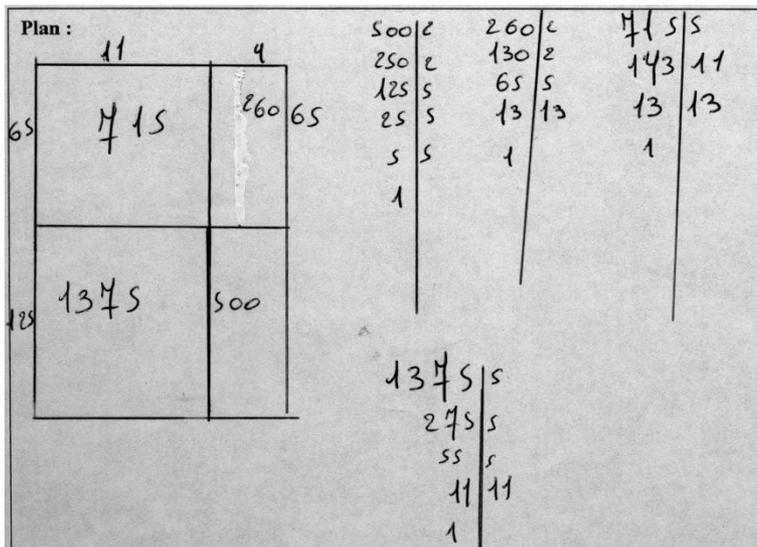
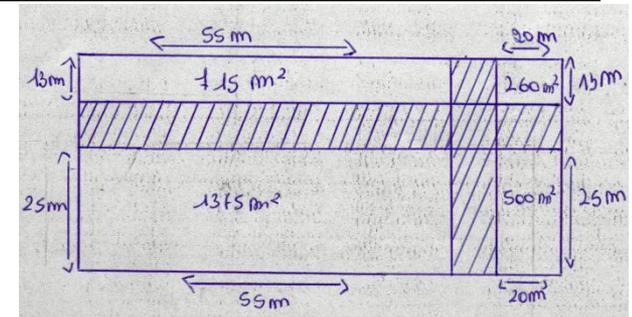
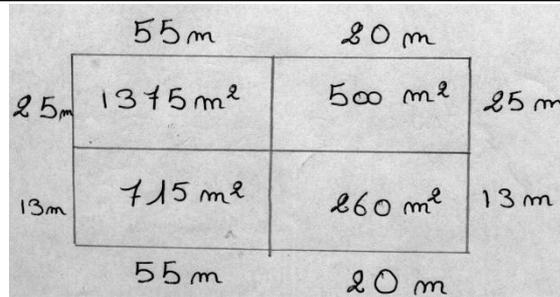
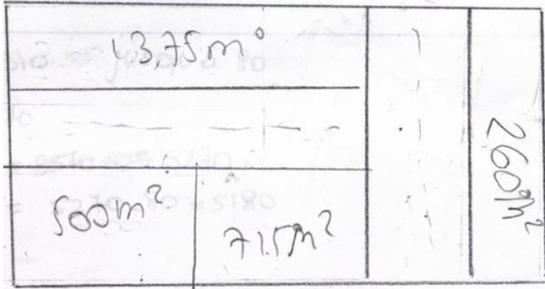
---

- ❑ Taux de réussite : 21%
- ❑ Grand nombre d'abstentions (45)
- ❑ Dessins incomplets ou faux (21, pour 29 dessins corrects)  
exemple : chemin de largeur variable
- ❑ Aucun élève n'a donné les 2 solutions possibles
- ❑ Beaucoup de difficultés à combiner les différents éléments :  
aires et décompositions multiplicatives avec recherche de  
diviseurs communs

# Un plan réalisé à l'échelle 1/100



# Quelques exemples de réponses



## Question 5 : Une question vache

« Un fermier farfelu a l'habitude de diffuser de la musique à ses bovidés, espérant ainsi faire croître sa production laitière. Or donc, il apparut bien vite à ce fermier qu'une de ses vaches, la Belle Zinette, ne donnait du lait qu'à l'audition de Mozart exclusivement, les autres vaches semblant quant à elles insensibles au changement de style musical.

Chaque vache donne (approximativement mais on suppose que c'est très exactement) 10 litres de lait par jour. Le mois de janvier de cette année, notre fermier a récolté 5 350 litres de lait.

Combien y a-t-il de vaches ? Combien de jours nos vaches ont-elles eu la chance d'entendre Mozart ?

En gros, quel fut votre raisonnement ? »

# Analyse de la question 5

- ❑ Taux de réussite : 38,3%
- ❑ Utilisation d'une partie des données, réponses en une seule opération (20)
- ❑ Non prise en compte du reste (19)
- ❑ Problème d'arrondi (11)
- ❑ Pas de réponse (8)
  
- ❑ Très peu d'utilisation d'inconnue(s) (4 élèves, dont un seul de 2<sup>e</sup>)
- ❑ Travail à effectuer encore sur nombres à virgule, fractions, expressions littérales, problèmes à décomposer en plusieurs étapes.

# Quelques exemples de réponses

Combien a-t-il de vaches ?

1)  $x$  est le nombre de vaches.

2)  $10x = 5350$

3)  $\Leftrightarrow x = \frac{5350}{10}$

$\Leftrightarrow x = 535$ .

4)  $10 \cdot 535 = 5350$

$5350 = 5350$

5) Sa gourme possède 535 vaches.

Combien de jours nos vaches entendaient Mozart ?

Comme la Belle Zimette ne donne du lait qu'à l'écoute de Mozart, et que les autres sont insensibles au changement de style musical, il peut disputer Mozart durant tout le mois.

$$\frac{5350}{31} = 173$$

$$\frac{173}{10} = 17,3 \Rightarrow 18 \text{ vaches}$$

$$17 \cdot 10 \cdot 31 + 1 \cdot x \cdot 10 = 5350$$

$$5270 + 10x = 5350$$

$$10x = 80$$

$$x = 8$$

$$\Rightarrow 8 \text{ jours}$$

Janvier compte 31 jours  
10 litres de lait par jour  
5350 litres au total

Soit  $x$  le nombre de jours durant lesquels les vaches ont entendu Mozart

Nous savons qu'au mois de janvier, le fermier a récolté 5350 litres de lait. Nous avons fait  $5350$  divisé par 31, nous avons obtenu  $\pm 172$  vaches.

# Question 6 : La fleur du botaniste mathématicien

---

« Le désir de perfection des mathématiciens est parfois bien futile. L'un d'eux a créé la fleur qu'il croit parfaite, de couleur rose uniforme et de dimensions également uniformes. Les quatre pétales sont des parties de disque de rayon 1 centimètre dont les centres sont les sommets d'un carré de deux centimètres de côté. Le cœur de la fleur est également un disque de rayon 1 centimètre.

Dessiner la fleur parfaite.

Quelle est l'aire de la fleur parfaite du mathématicien ? »

---

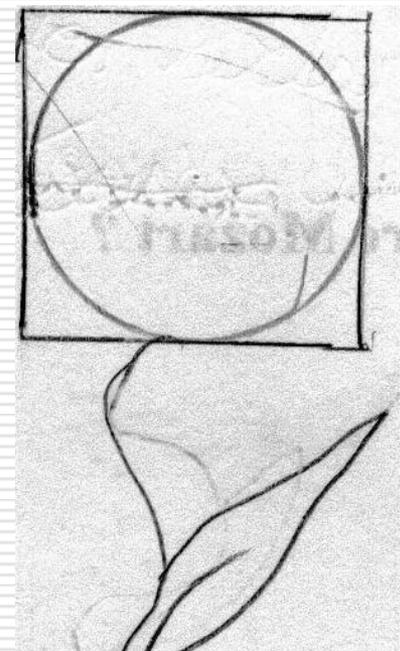
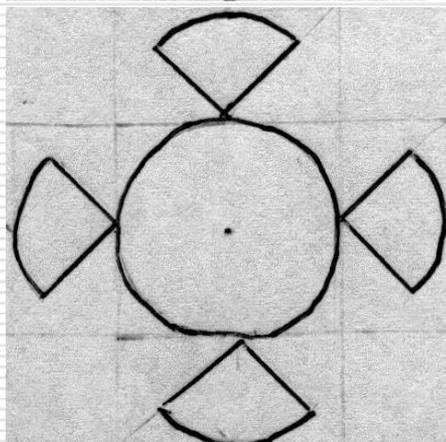
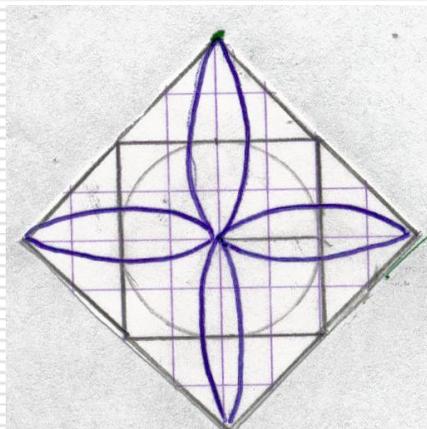
# Analyse de la question 6

---

- ❑ Taux de réussite : 19% (14% - 24%)
  - ❑ Abstentions (16)
  - ❑ Réponses limitées à un nombre, correct ou non (39)
  - ❑ Erreurs dans la surface à recouvrir (25)
  - ❑ Mauvaise formule pour l'aire du disque (au moins 5)
  - ❑ Dessin souvent correct (74)
  - ❑ Nombreuses solutions différentes trouvées (18), souvent sans explication
  - ❑ Fixation nécessaire de l'aire du disque, et utilisations variées de celle-ci
-

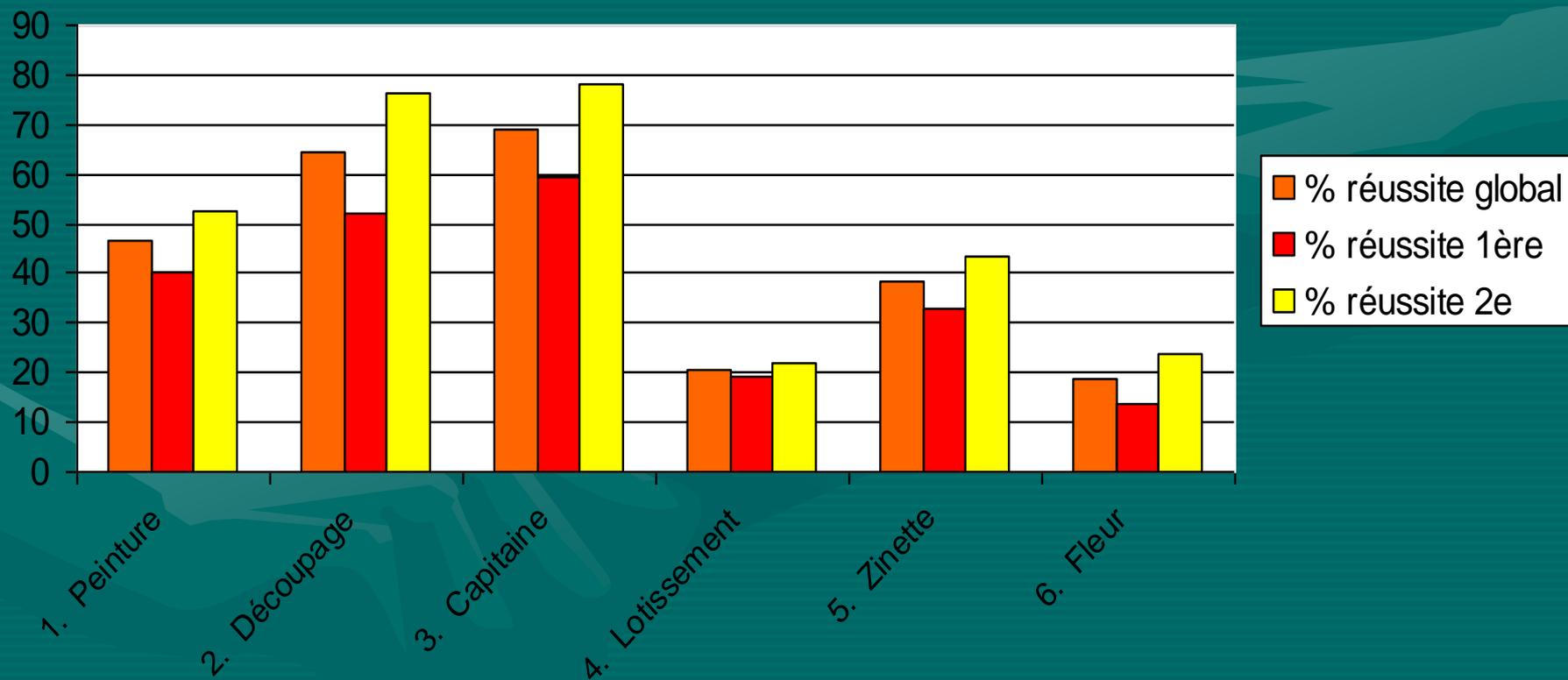
# Quelques exemples de dessins

---

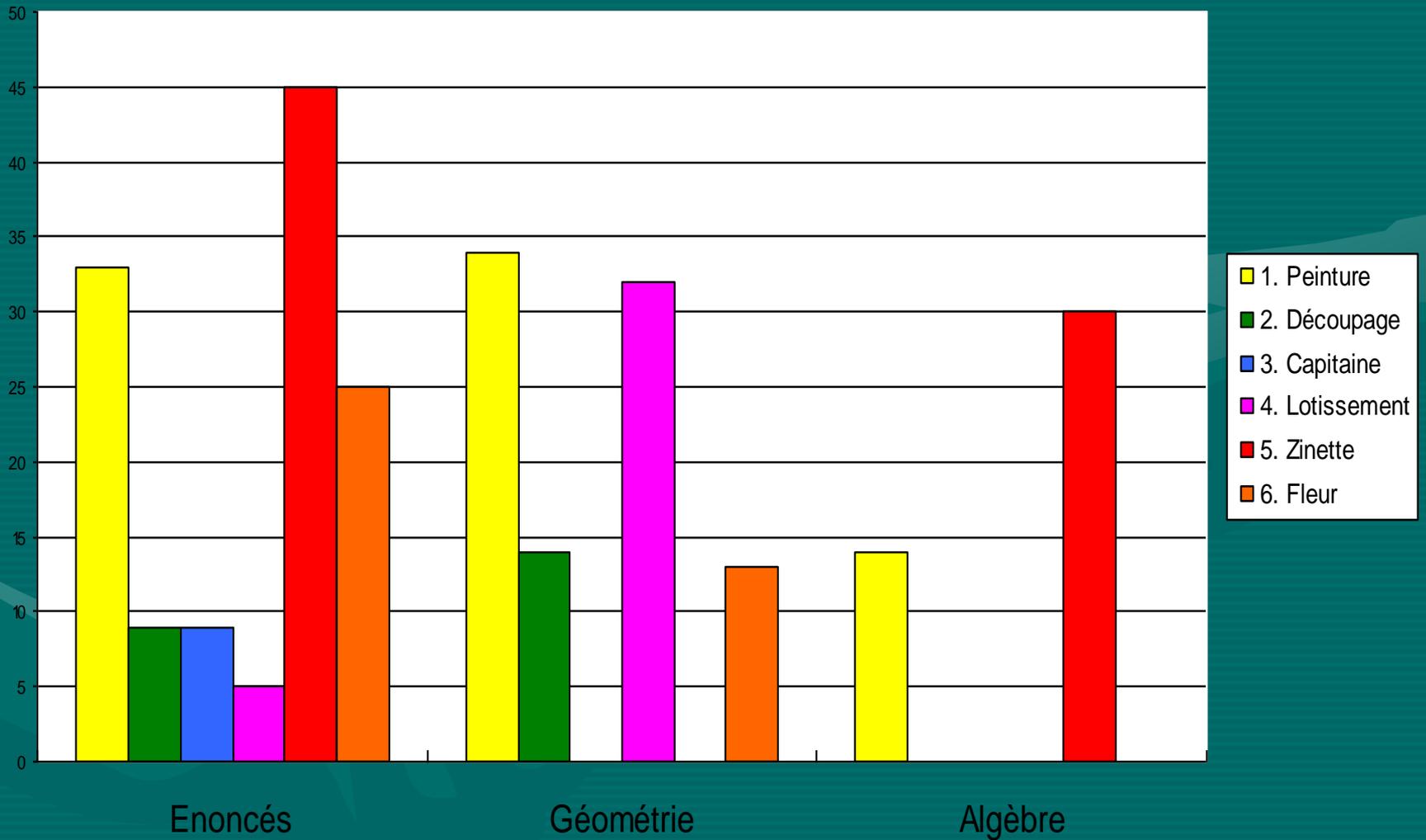


### 3. Quelles informations tirer des Rallyes ?

- Taux de réussite aux différents questions



# • Synthèse des difficultés relevées



- Pistes didactiques

- 1. Lecture d'énoncés

- Situations à représenter de différentes façons.
    - Problèmes nécessitant de combiner plusieurs opérations.
    - Demande de vérification des réponses trouvées.
    - Problèmes ayant plusieurs solutions, avec recherche de toutes les solutions.
    - Exigence d'un raisonnement complet.

- Références

- Zakhartchouk J.M. « 52 outils pour un travail commun au collègue » (CDRP Amiens, 1999)
    - Championnat des jeux logiques et mathématiques
    - Revues « Tangente-jeux », logigrammes, ...

## 2. Géométrie

- Proposer des interprétations géométriques chaque fois que c'est possible.
- Travailler la précision des dessins, le dessin en perspective.
- Fixer les notions d'aires et périmètres de figures planes (sans oublier le disque) en proposant des situations d'applications variées.
- Insister sur les relations d'inclusions (et de non inclusion) entre formes géométriques.

### Références

- HAMEAU Cl. « La géométrie par le dessin au cycle 3 » (Nathan, 1996)
- BOULE Fr. « Questions sur la géométrie et son enseignement (Nathan, 2001)
- APMEP « Jeux 5 - Des activités mathématiques au collège » (2003)

### Jeux

Structuro, Rumis, block out (sur PC), soma-cube

### 3. Algèbre et numération

- Situations variées utilisant les nombres à virgule.
- Accent sur la signification du signe = en toutes circonstances.
- Utilisations fréquentes et variées d'expressions littérales.

#### Références

- BATON, GIOT, NOEL, « Les difficultés de l'algèbre : en deuxième secondaire » in Mathématique et Pédagogie n°117 (1998)
- DEMONTY I., VLASSIS J. « L'algèbre par les situations-problèmes » (De Boeck, 2001)
- APMEP « Jeux 5 - Des activités mathématiques au collège » (2003)

Jeux sur les nombres à virgule, sur l'égalité

Tableur

- Bilan du rallye 2004

- Grande participation
- Echos positifs
- Outil d'évaluation diagnostique

*« Ce qui est important pour l'élève, ce n'est pas de connaître la solution, c'est d'être capable de la trouver lui-même et de se construire ainsi, à travers son activité mathématique, une image de soi positive, valorisante face aux mathématiques. »*

(B. CHARLOT, "Qu'est-ce que faire des mathématiques ?", APMEP - Revue Plot n° 105, 2003)

## 4. Existe-t-il d'autres activités de ce type ?

Quelques exemples :

- les Championnats des Jeux Logiques et Mathématiques,
- les jeux et énigmes,
- les Olympiades,
- les Rallyes Problèmes,
- et pourquoi pas l'activité que vous organiserez ?

Merci pour votre attention

Contact : [joelle.lamon@yahoo.fr](mailto:joelle.lamon@yahoo.fr)