

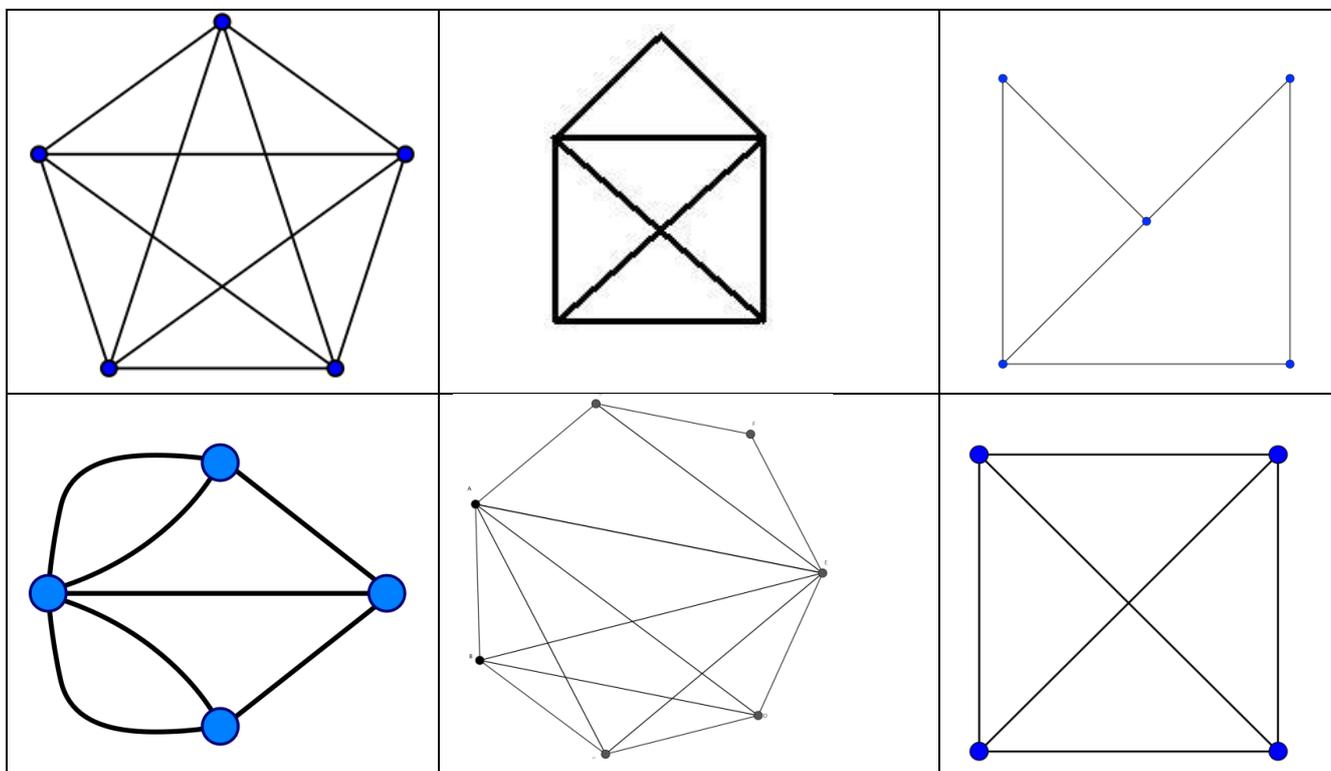
GRAPHES : FEUILLES DEFIS

Contenu

GRAPHES : FEUILLES DEFIS	1
Chemins et circuits eulériens	2
Circuits hamiltoniens.....	3
Couplages (1).....	4
Couplages (2).....	5
Comptages et formule d'Euler	6
Distances	7
Coloriage de cartes (1).....	8
Coloriage de cartes (2).....	9
Coloriage de cartes (3).....	10
Problèmes célèbres (graphes)	11
Course à 20 et variantes	12
Organisation temporelle	13
Affectation et graphes pondérés (1)	14
Affectation et graphes pondérés (2)	15
Contraintes mathématiques.....	16

Chemins et circuits eulériens

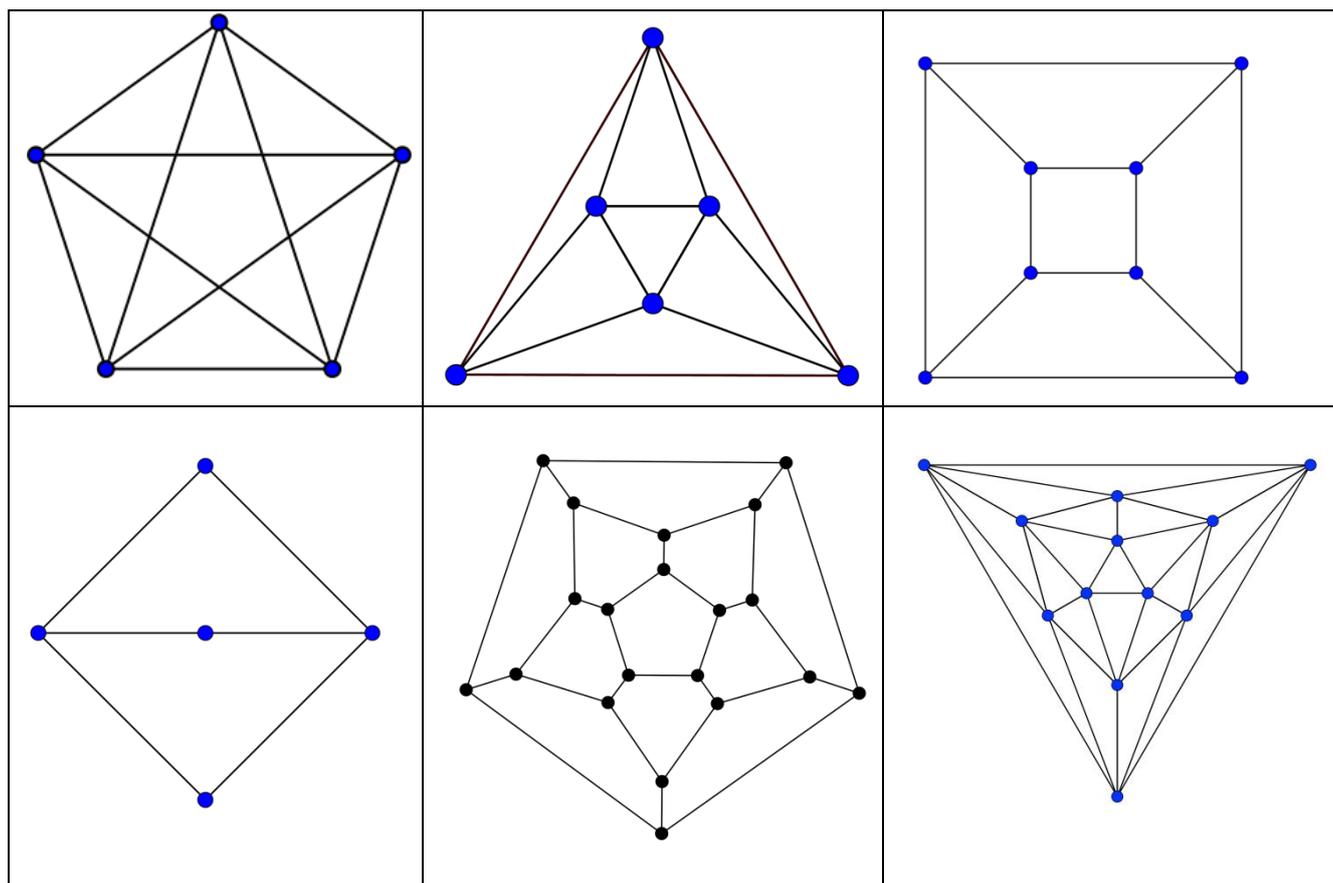
1. Construire si possible un chemin passant par chaque segment pour chacun des schémas suivants.



2. Essayer ensuite de trouver une condition pour que ce chemin soit possible.
3. Dans quels cas est-il possible de revenir au sommet de départ et de créer ainsi un circuit ?
4. Essayer de trouver une condition pour que ce circuit soit possible.
5. Tester les conditions trouvées sur un cube et sur un octaèdre régulier

Circuits hamiltoniens

1. Construire si possible un circuit de longueur minimale passant par chaque sommet et revenant au point de départ pour chacun des schémas suivants.



2. Essayer ensuite de trouver une condition pour que ce circuit soit possible.
3. Tester les conditions trouvées sur quelques solides (dodécaèdre, cube, icosaèdre, prisme, pyramide, antiprisme, ...)

Couplages (1)

1. Relier les lettres identiques en occupant chaque case et sans croisement¹.

C			D	
B				
D		B	C	
	A		A	

2. Relier chaque X à chaque Y. Est-ce possible sans que les arêtes se coupent ? Et dans l'espace ?

				E	
		B		C	
			A		
					E
D	B	D	A		C

X X X

Y Y Y

¹ Défis extraits du jeu « Flow free » disponible sur tablette.

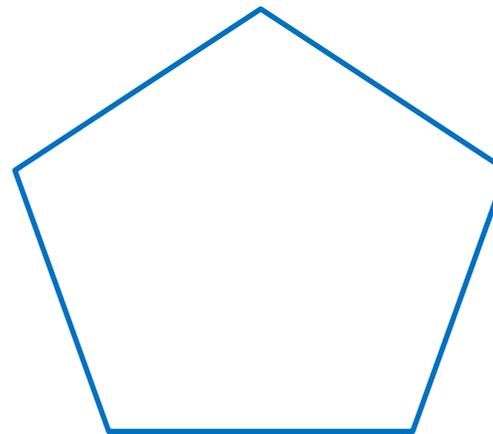
Couplages (2)

3. Relier les lettres identiques en occupant chaque case et sans croisement².

B				A		F
						E
			E	D		
			F	B	C	
			A			
					C	D

4. Relier chaque sommet du pentagone à chaque autre. Est-ce possible sans que les arêtes se coupent ? Et dans l'espace ?

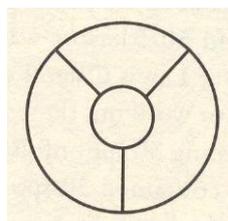
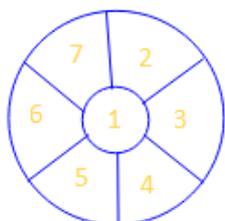
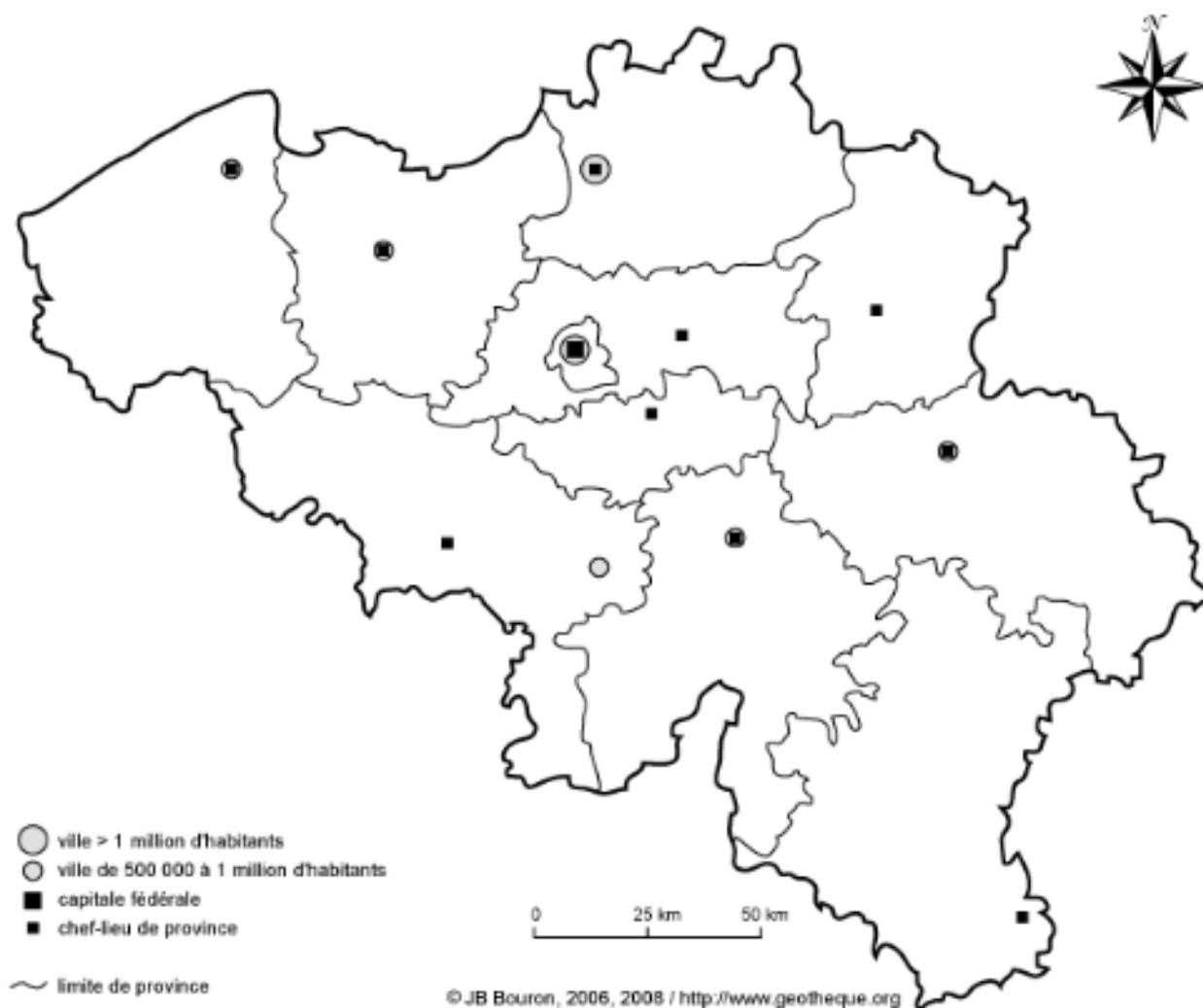
	A					D	
				F		B	
				C		C	
	B						
							E
		D			E		
						F	
				A			



² Défis extraits du jeu « Flow free » disponible sur tablette.

Coloriage de cartes (1)

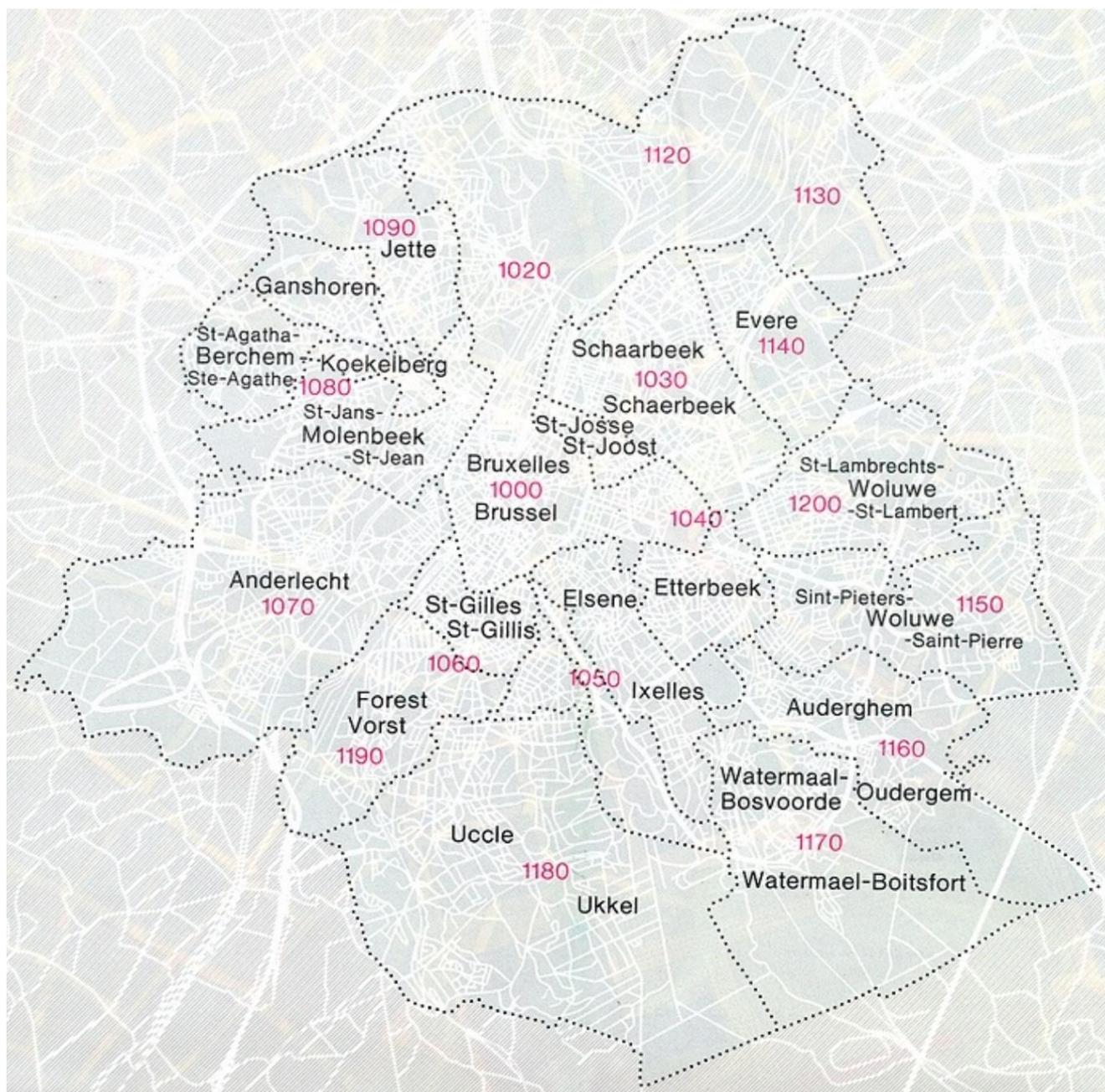
Colorier chacune des cartes proposés à l'aide du moins de couleurs différentes possibles, deux « pays » voisins ne pouvant être coloriés de la même couleur.



(Carte de Martin Gardner)

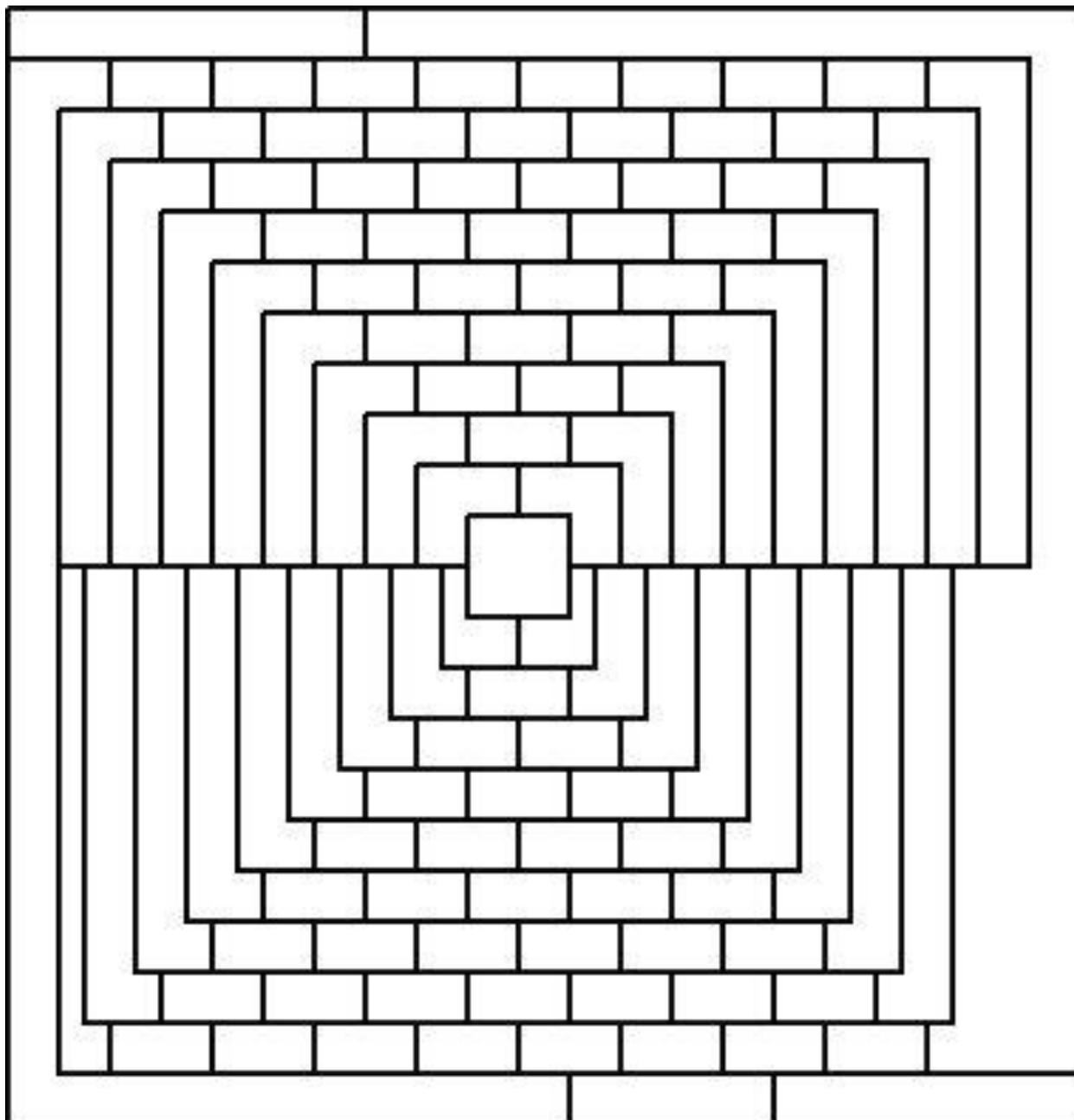
Coloriage de cartes (2)

Colorier la carte de Bruxelles à l'aide du moins de couleurs différentes possibles, deux communes voisines ne pouvant être coloriées de la même couleur.



Coloriage de cartes (3)

Colorier la carte de Martin Gardner à l'aide du moins de couleurs différentes possibles, deux zones voisines ne pouvant être coloriées de la même couleur.



Problèmes célèbres (graphes)

Problème des demoiselles Lucas

À cette époque, les neuf demoiselles d'un pensionnat se promenaient tous les jours en rang par deux.

Le problème était de trouver comment les disposer pour qu'en un nombre maximal de jours elles n'aient pas deux fois la même voisine.

Problème des demoiselles de Kirkman

Les neuf demoiselles de Kirkman se promènent en rang par trois. On veut que deux quelconques des filles se retrouvent une fois et une seule ensemble dans la même rangée de trois.

En combien de jours est-ce possible ? Donner une solution.

(Ce problème est également posé avec 15 demoiselles)

Problème de Monty Hall

Le jeu oppose un présentateur à un candidat (le joueur). Ce joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture (ou tout autre prix magnifique) et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre (ou tout autre prix sans importance). Il doit tout d'abord désigner une porte. Puis le présentateur ouvre une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture (le présentateur sait quelle est la bonne porte dès le début). Le candidat a alors le droit ou bien d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou bien d'ouvrir la troisième porte.

Les questions qui se posent au candidat sont : Que doit-il faire ? Quelles sont ses chances de gagner la voiture en agissant au mieux ?

Les résultats donnés impliquent nécessairement les postulats suivants :

Le présentateur ne peut ouvrir la porte choisie par le candidat.

Le présentateur donne systématiquement la possibilité au candidat de revenir sur son choix initial.

La question qui se pose alors est : « Le joueur augmente-t-il ses chances de gagner la voiture en changeant son choix initial ? »

Course à 20 et variantes

On part de 0. Chaque joueur, à tour de rôle, ajoute 1, 2 (ou 3) au nombre dit par le joueur adverse. Le premier joueur qui dit 20 a gagné.

- a) L'adversaire a dit 9. Que faut-il dire pour être sûr de gagner ? Pourquoi ?
- b) Quelle est la stratégie gagnante ?

Variantes :

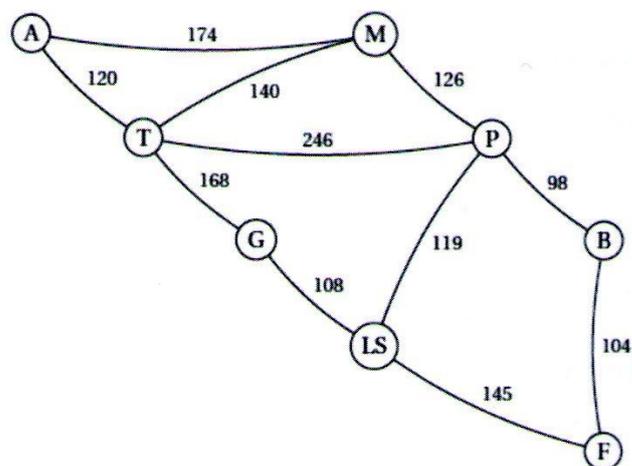
- Variation du nombre n à obtenir, du nombre maximal p que l'on peut ajouter
- Le premier joueur qui dit n a perdu.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
15	17	18	19	20

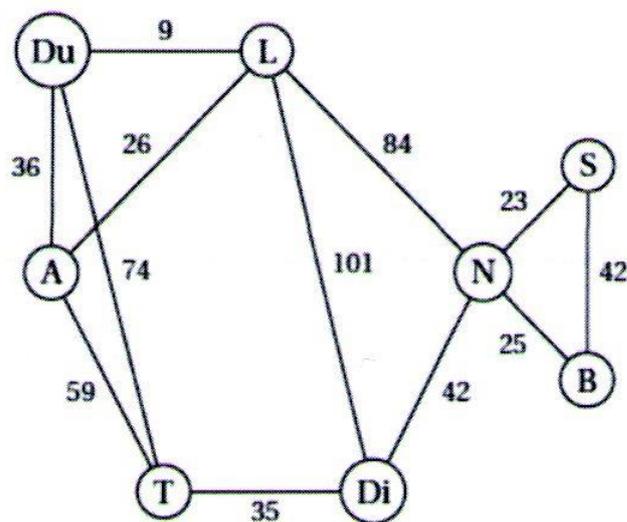
Organisation temporelle

Le chemin le plus court³

1. Le graphe ci-contre indique les distances entre différentes villes d'Italie : Aoste, Milan, Parme, Turin, Gènes, La Spézia, Bologne et Florence. Chaque ville est désignée par son initiale. Déterminer le trajet le plus court entre Aoste et Florence et indiquer sa longueur.



2. Le graphe pondéré suivant indique les frais de déplacement occasionnés (péage, essence, ...) pour un trajet entre deux villes. Les villes sont Dunkerque (Du), Lille (L), Strasbourg (S), Amiens (A), Nancy (N), Besançon (B), Troyes (T) et Dijon (Di). Déterminer le trajet le moins onéreux pour aller de Dunkerque à Besançon. Quel est son coût ?



³ Source : revue Plot n°4+6, pp 18-22

Affectation et graphes pondérés (1)

Le barbecue

Six amis de quartiers différents organisent un barbecue commun. Chacun doit amener un plat afin que le barbecue soit complet (entrée, pommes de terre, viandes, légumes, desserts, boissons). Selon leur quartier, voici sous forme de matrice ce que chacun dépenserait en euros dans le magasin local pour chacun des "plats". Le prix total est partagé entre les 6 amis.

	Entrée	Pommes de terre	Viandes	Légumes	Desserts	Boissons
Zoé	3	1	4	5	6	3
Yann	2	4	5	2	1	4
Xavier	6	6	7	6	5	4
Ursule	8	2	5	7	8	9
Tristan	4	5	7	3	4	3
Suzy	5	2	4	6	3	5

- 1) Déterminez ce que chacun devrait amener du magasin de son quartier pour que le barbecue soit le moins cher possible.
- 2) Quel est le coût total du barbecue

Affectation et graphes pondérés (2)

Le voyage scolaire

Une équipe pédagogique décide d'organiser un voyage de fin d'année pour chacune de ces 6 classes : 5A, 5B, 5C, 6A, 6B et 6C. Elle leur propose de donner une appréciation de 0 à 10 pour 6 destinations : Berlin, Copenhague, Dublin, Florence, Madrid et Salzbourg, 0 signifiant que la classe ne souhaite pas du tout aller dans cette ville, 10 signifiant que cette destination est fortement souhaitée.

Voici les résultats obtenus :

	Berlin	Copenhague	Dublin	Florence	Madrid	Salzbourg
5A	7	6	5	1	5	2
5B	8	7	7	3	6	6
5C	8	9	7	10	10	9
6A	5	4	7	6	0	3
6B	6	6	4	5	8	4
6C	3	10	0	7	0	4

Affecter à chaque classe une destination différente des autres classes en respectant au mieux les préférences. Expliquer le raisonnement utilisé.

Attention : on cherche ici à maximiser l'appréciation globale, cela revient à minimiser l'indice de non-appréciation qui aurait consisté à donner 10 à une destination fortement non souhaitée et 0 à celle qui obtient la préférence ...

Contraintes mathématiques

1. A l'aide des nombres 1, 2, 3, 4, écrire les n premiers naturels en essayant d'aller le plus loin possible

2. Quatre 4 pour former un nombre⁴
Former tous les nombres, les uns après les autres, en utilisant quatre fois le chiffre 4 mis en action au sein des seules opérations classiques. (Variantes : utiliser 1, 2 chiffres quatre)

3. Ecrire 100 avec les chiffres de 1 à 9
 - a) dans l'ordre croissant,
 - b) dans l'ordre décroissant
 - c) avec 5 chiffres identiques uniquement

4. Faire un total de 12 en utilisant le même nombre cinq fois.

5. Faire 6 en utilisant le même nombre trois fois

⁴ <http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Formes/Quatre4.htm>