
UN CERVEAU POUR APPRENDRE LES MATHÉMATIQUES

SOUSA David A., Edition Chenelière Education, Montréal, 2010

Résumé par J. Lamon (18 novembre 2014)

« *Le mathématicien, comme le peintre ou le poète, est un créateur de formes. Si les formes qu'il crée sont durables, c'est qu'elles sont faites d'idées* » (Godfrey Harold Hardy, « L'apologie d'un mathématicien »).

INTRODUCTION

Le livre propose des approches pédagogiques concordant avec ce que l'on sait sur la façon dont le cerveau traite les nombres et les relations mathématiques.

1. LE SENS DES NOMBRES

Le nombre recouvre plusieurs réalités abstraites et symboliques (discret, continu, rationnel, transcendant, imaginaire, ...). On parlera de numérosité pour la propriété qui permet de préciser combien d'éléments un ensemble comprend. Le sens des nombres est défini au départ comme la capacité de percevoir un retrait ou un ajout d'objets à un ensemble donné. Cette définition a été complétée par ces deux composantes : la capacité à comparer les tailles de deux ensembles présentés simultanément et à se rappeler le nombre d'objets d'ensembles présentés successivement.

D'autres distinctions sont faites : subitisation (percevoir globalement une quantité) et dénombrement. Des travaux ont montré que l'enfant comprend très tôt que le comptage est une procédure abstraite pouvant s'appliquer à toutes sortes d'éléments visuels et auditifs (Karen Wyn, 1990). Le temps de comptage est lié à l'habileté à compter, ce qui engendre des différences entre les langues, rendant le comptage en chinois (et de façon plus générale asiatique) particulièrement efficace par exemple.

Les nombres non naturels sont moins intuitifs, d'où la difficulté de se les représenter mentalement. Les symboles numériques (quantités, donc sens facilement associé) et les noms associés (mots) sont traités dans de zones différentes du cerveau.

Diverses capacités (citées p. 18-19) sont proches de nos « Socles de compétences ».

Le sens des nombres apparaît comme une façon de penser se retrouvant à travers l'apprentissage des mathématiques, et donc leur enseignement.

Niveaux de développement du sens du nombre :

1. Sens inné, non compréhension de « moins / plus de », « plus petit / grand que »
2. OK pour les termes cités plus haut, pas d'habileté en calcul
3. Calculs à l'aide des doigts, comptage à partie de 1, difficultés à dépasser 5
4. Comptage à partir d'un nombre > 1 , nombres de 1 à 10
5. Addition et opération inverse, recherche de complément

Conseils : associer les nombres à des objets concrets, verbaliser les opérations, dénombrements – défis (compter par, compter à rebours, chercher la règle), utiliser la droite numérique, faire estimer, faire mesurer puis estimer et progressivement le contraire, utiliser des agencements variés de nombres (diagrammes), utiliser du matériel pour représenter les nombres (dés, cartes, dominos, réglettes, monnaie) , lire des livres parlant des nombres, créer des carrés magiques, associer des représentations différentes, explorer les grands nombres (calculatrice), représenter des données sur un diagramme, comparer les nombres dans différentes cultures, créer des feuilles de calcul, résoudre des problèmes en regardant la plausibilité de la solution, trouver

des usages aux nombres, explorer des nombres insolites comme le nombre d'or, montrer de l'enthousiasme pour les nombres et leurs régularités.

L'intelligence logico-mathématique est liée aux nombres (Gardner, intelligences multiples). Les capacités associées sont : calculer mentalement, être organisé, être précis, avoir une approche systématique (par exemple pour résoudre des problèmes), reconnaître des régularités géométriques et numériques, aimer jeux et casse-tête, explorer et expérimenter de façon logique, passer du concret à l'abstrait, penser de façon conceptuelle.

2. L'APPRENTISSAGE DU CALCUL

Génétiquement, nous possédons la capacité d'évaluer approximativement des quantités, mais pas la mémorisation des tables ou la maîtrise de techniques du calcul écrit. Les zones cérébrales qui traitent le langage et le sens des nombres sont différentes, il n'y a donc pas de lien en cas de difficulté pour l'un des deux domaines.

Au cours des situations rencontrées les enfants révisent progressivement leur panoplie de stratégies et retiennent les plus efficaces : il y a donc un processus de création, de raffinement et de sélection des procédés de calcul de base, et ceci déjà avant l'entrée en maternelle.

Pour mémoriser les tables de multiplication, le cerveau utilise la mémoire associative, la reconnaissance de régularités et le langage. Les adultes font appel à une table mémorisée, sans calcul ou traitement. En primaire, les élèves passent d'une compréhension intuitive des quantités et des stratégies de dénombrement à un apprentissage par cœur, au détriment de leur intuition sur le calcul. Si les liens ne sont pas faits, le risque est de passer d'un traitement intuitif à une exécution d'automatismes sans se soucier du sens. De plus, la mémoire associative peut perturber l'apprentissage, en cherchant des régularités là où elles ne sont pas utiles. Il est donc important que les tables apparaissent comme un outil plutôt qu'une fin en soi. Des supports visuels avec des arrangements rectangulaires peuvent aider un certain nombre d'élèves à la représentation mentale.

Parallèlement à cela, le sens des mots en mathématique est souvent différent du sens courant.

3. UNE REVUE DES ELEMENTS IMPLIQUES DANS L'APPRENTISSAGE

Actuellement, on considère que le cerveau possède deux mémoires temporaires : une mémoire immédiate et une mémoire de travail, permettant de traiter des données à la fois de façon immédiate (en moyenne 30 secondes) et pour une période plus longue (de quelques minutes pour les plus jeunes à 20 minutes environ pour les adolescents et adultes), d'où la nécessité de varier les activités et de présenter peu d'éléments nouveaux en peu de temps. Le nombre d'éléments traités simultanément évolue de 2 éléments à 7 environ à l'adolescence. Une illustration est la mémorisation de texte qui se fait par répétition, un regroupement permettant de traiter plus d'éléments.

Pour passer de la mémoire de travail à la mémoire à long terme, il est nécessaire de réactiver l'information : c'est la répétition, au début ou après (initiale ou secondaire), par cœur ou réfléchie, ce dernier aspect étant plus complexe, par exemple pour approfondir le sens et chercher des liens. C'est cette répétition réfléchie qui est à mettre plus en évidence, les élèves recourant souvent à une répétition par cœur, ce qui ne leur permet pas d'utiliser les informations mémorisées pour résoudre des problèmes.

Plusieurs éléments facilitent le stockage dans la mémoire à long terme :

- l'intensité émotionnelle des expériences vécues (moins fréquent en classe)
- le sens, c'est-à-dire (ici) le lien avec les connaissances antérieures

- la pertinence (pourquoi et pour quoi), c'est-à-dire les utilisations possibles et les raisons de cet apprentissage, variables d'un élève à l'autre.

Un enseignant doit pour chaque notion pouvoir constamment donner une réponse pertinente à la question "à quoi ça sert", et s'être demandé pourquoi l'enseigne.

En effet, si l'apprenant trouve qu'une information n'a pas de sens ou n'est pas pertinente, il a peu de chance de la retenir à long terme, alors qu'au contraire, si un nouvel apprentissage est compréhensible (sens) et peut être relié à des expériences personnelles (pertinence), la rétention s'améliore de façon spectaculaire. Si un processus n'a pas été retenu dans la mémoire à long terme, le cerveau traite l'information comme si elle était nouvelle. "Retenir pour l'examen" n'apporte pas de pertinence à un apprentissage, puisque les élèves se contentent souvent alors de retenir par cœur, et donc oublient aussitôt ce qu'ils ont appris.

Dans des problèmes complexes, si les élèves font appel uniquement à des données mémorisées, ils travaillent de façon mécanique sans réfléchir au sens. Il faut alors combattre les automatismes et prendre le temps d'analyser l'énoncé, ce qui est fait dans le cortex préfrontal, qui se développe jusqu'à 22 à 24 ans.

La mémoire à long terme se décompose en deux types :

- la mémoire déclarative, comprenant la mémoire épisodique (liés à l'expérience personnelle) et la mémoire sémantique (mots, faits, objets, visages, connaissances en général)
- la mémoire non déclarative ou implicite, comprenant la mémoire procédurale (habiletés motrices et cognitives), le conditionnement et l'apprentissage non associatif

La mémoire déclarative est stimulée par la répétition réfléchie, obtenue en créant des liens.

La mémoire procédurale permet de passer d'une réflexion à un réflexe, un automatisme. Elle est favorisée par la répétition.

Un apprentissage est mieux retenu lorsqu'il est présenté au début d'une séquence (40 minutes dans l'exemple proposé), dans une moindre mesure s'il est présenté au milieu, et nettement moins bien quand il est présenté au milieu. Quatre conditions sont proposées pour un apprentissage efficace : la motivation de l'apprenant, la connaissance des prérequis, la compréhension du concept et de la façon de l'utiliser, la capacité à analyser ses erreurs et à pouvoir les corriger.

Pour pouvoir stocker de façon permanente un apprentissage, il faut éviter d'assimiler des erreurs, et donc guider plus les élèves plutôt que de laisser l'élève apprendre une mauvaise technique (remarquons que ceci est en accord avec l'idée de classe inversée, mais en contradiction avec l'apprentissage par erreurs et la pratique autonome, voire les situations-problèmes !). L'idée est que corriger une mauvaise technique acquise est difficile, surtout pour des élèves plus âgés, et surtout quand l'erreur est présente depuis longtemps, et que cela demande une motivation pour réapprendre de la part de l'apprenant.

Pour favoriser les apprentissages, il faut commencer par une pratique intensive, visant une compréhension rapide, suivie d'une pratique dite distribuée, qui consiste à utiliser souvent ce qu'on a appris au fil du temps.

L'auteur relève plusieurs avantages de l'écriture en mathématique, dont entre autres : développer une pensée critique, disposer d'un document de référence résumant sa pensée et permettant d'aller plus loin, organiser ses idées, établir un lien personnel avec les concepts mathématiques, approfondir sa connaissance de soi et sa confiance, personnaliser la matière.

Plusieurs styles d'apprentissages sont à prendre en compte : les préférences sensorielles (visuel, auditif, kinesthésique), les préférences hémisphériques (apprentissage analytique – linéaire ou global), les préférences intellectuelles (liées aux intelligences multiples : intrapersonnelle, interpersonnelle, corporelle-kinesthésique,

spatiale, musicale-rythmique, verbo-linguistique, logico-mathématique, naturaliste), les préférences de participation (action ou réflexion), les préférences rationnelles / intuitives (déduction ou induction).

Un enseignant en mathématique peut concevoir les mathématiques de plusieurs façons : "platonicienne" (les mathématiques existent en dehors de l'esprit humain et sont à découvrir), "formaliste" (les mathématiques sont un jeu à règles, sans lien avec la réalité), "intuitionnistes" (les mathématiques sont des constructions de l'esprit humain, vision plus proche de la relation entre arithmétique et cerveau humain). Ces conceptions peuvent modifier la façon de donner cours.

4. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUX ENFANTS D'ÂGE PRESCOLAIRE

Plusieurs raisons incitent à pratiquer et varier les activités mathématiques dès la maternelle : la présence des mathématiques dans la vie quotidienne et dans les jeux, la nécessité de réduire les écarts entre les enfants et de développer initiative, maîtrise de soi et confiance, l'intérêt d'exploiter les aptitudes de l'enfant en nombres et en géométrie et la possibilité de faire évoluer plus le cerveau, notamment par la recherche de régularités.

Plusieurs tests sont proposés : voir combien il y a, étant donné deux piles de jetons de même couleur ou pas, dire où il y en a le plus, le moins, compter seulement les jetons d'une couleur donnée, chercher les différences ou les similitudes. D'une façon générale, on recommande de proposer un matériel de manipulation riche (par exemple des supports variés comprenant des regroupements différents pour les nombres), d'observer l'évolution des enfants, de présenter des activités à contenu mathématique, de faire appel à des stratégies pédagogiques variées et poser des questions de réflexion.

5. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUX ÉLÈVES DE 6 A 12 ANS

Toutes les régions du cerveau ne se développent pas au même rythme. La résolution créative de problèmes devient de plus en plus facile, avec parfois des difficultés pour les problèmes visuo-spatiaux (comme par exemple des manipulations et rotations d'objets géométriques). Les questions entraînant plusieurs réponses ou pouvant être résolus de plusieurs façons sont encore difficiles mais à la portée des élèves. La lecture des problèmes est souvent une aide, les zones auditives étant à maturité.

À cet âge, les réactions émotionnelles sont souvent plus rapides que les réactions rationnelles. Par conséquent, associer une émotion positive (liée souvent à la vie courante) à un cours aide à attirer l'attention, ce qui n'est pas le cas des activités répétitives ou prévisibles.

En raison de notre environnement multimédia, les élèves ont besoin de participer plus activement à leurs apprentissages, et ont souvent déjà une idée préconçue sur de nombreux sujets, que l'on peut utiliser comme source de motivation. Ils sont moins aptes à se concentrer sur un seul concept, d'où l'importance de proposer des problèmes pouvant être résolus de plusieurs façons. Le mouvement et les activités hors de la classe, qui nécessitent des interactions sociales stimulent plus la mémoire et suscite de l'intérêt pour le cours. L'inattendu aide à faire réagir le cerveau.

La façon de présenter les mathématiques au primaire influence la manière dont les élèves considéreront les mathématiques plus tard : compréhension, réflexion, mémorisation, techniques, sens, ... L'introduction de notions par des situations concrètes aide à leur donner du sens.

Les questions de synthèse ("clôture cognitive") à poser (par écrit) aux élèves aident à la mémorisation. Quelques questions types : "Qu'est-ce que j'ai appris aujourd'hui ?", "Ce que j'ai appris aujourd'hui se rattache-t-il ou s'ajoute-t-il à une notion que j'ai déjà apprise ?" et "Comment ce que j'ai appris aujourd'hui pourra-t-il me servir plus tard ?". Certains chercheurs proposent d'enseigner moins de concepts, mais plus en profondeur, en tenant compte de ce que l'élève sait déjà.

Plusieurs tests de connaissance numériques sont proposés (p. 100-101).

Concernant les grands nombres, on insiste sur leur lecture, les images concrètes associées, les liens avec l'argent, avec les distances.

L'importance de l'estimation est plus grande qu'on ne le croit, que ce soit par arrondissement, en utilisant les premiers chiffres ou en regroupant des nombres proches. Les activités d'estimation devraient intégrer cinq éléments : un but, des repères ou étalons, l'intérêt de l'estimation, la variété des situations, des techniques pour déterminer un intervalle dans lequel la réponse se situe.

Le danger est de faire mémoriser des techniques sans comprendre comment et pourquoi elles fonctionnent. Par exemple, mieux vaut encourager les élèves à créer leurs techniques de résolution de calcul mental plutôt que leur imposer une technique non basée sur la compréhension (dans d'autres sources, on parle de calcul pensé ou réfléchi). Par exemple, pour la multiplication, plusieurs éléments interviennent : la notion de quantité, de situation multiplicative, de groupes ("paquets") égaux, des unités obtenues comme résultat. Un concept souvent mal compris au primaire est la notion d'égalité, ce qui pose des problèmes lors de l'apprentissage des opérations algébriques.

Une pratique répétitive devrait être précédée d'une mise en évidence du processus de réflexion, concerner une quantité de matière limitée durant un temps limité, et à une grande fréquence au début, diminuant par la suite, et évaluée par l'enseignant.

Proposer des récapitulatifs visuels (tableau, schéma, carte mentale, ...) est une aide pour l'élève. Le recours (bien pensé) aux technologies pour des activités non routinières aide à une meilleure compréhension, ce qui n'est pas le cas pour du simple calcul.

6. L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUX ADOLESCENTS

Les adolescents utilisent beaucoup le cortex préfrontal, utilisé par les adultes pour des tâches plus complexes, mais en répartissant plus les tâches avec les autres zones du cerveau. Ceci expliquerait des comportements adolescents plus impulsifs ou irréfléchis, consécutifs à un surmenage, souvent provoqué par une situation trop stressante. Pour certains, ceci diminuerait en responsabilisant plus les adolescents.

La mémoire de travail des adolescents évolue encore pour arriver à maturité, d'où leurs difficultés quand le nombre de variables ou d'éléments dans un problème est plus grand.

Il semblerait que l'hémisphère droit est plus utilisé pour les tâches nouvelles et le gauche pour les opérations routinières. Une plus grande capacité à transférer des opérations mathématiques de l'hémisphère droit vers le gauche expliquerait une plus grande disposition pour les mathématiques.

Si les adolescents maîtrisent une notion mathématique, des exercices répétitifs sur le sujet n'ont plus de sens pour eux et provoque ennui et baisse de motivation, d'où l'importance de trouver des applications diversifiées et nécessitant un raisonnement de plus en plus complexe.

Un nouvel apprentissage créera plus de motivation s'il est présenté en lien avec des connaissances antérieures plutôt que de façon formelle.

En sciences cognitives, on distingue deux styles d'apprentissages différents, présents de façon variable chez les élèves :

- le style quantitatif (plus auditif ou linéaire en gestion mentale ???)
 1. l'élève cherche à appliquer des mécanismes (d'où l'importance d'expliquer verbalement chaque procédé, en mettant en évidence le concept et l'objectif global de l'apprentissage),

2. il met l'accent sur des composantes locales plus que globale (d'où l'importance d'expliquer la structure globale et concept et les liens, et d'utiliser plusieurs approches pour illustrer le même concept),
3. il a des difficultés face à des tâches à étapes multiples (d'où l'importance de préciser les étapes et les liens entre les étapes).

Pour l'enseignant voulant s'adresser à des apprenants de style quantitatif, plusieurs conseils sont donnés : insister sur le principe général, montrer plusieurs exemples qui y répondent et comment ils le font, inciter les élèves à énoncer le principe ou trouver de nouveaux exemples, demander aux élèves d'expliquer les éléments linguistiques du concept.

- le style qualitatif (plus visuel ou global en gestion mentale ?)
 1. l'élève préfère le concept aux méthodes de résolution (d'où l'importance de relier les modèles concrets au concept avant d'aborder les procédés),
 2. il s'intéresse plus à la structure globale qu'aux composantes (il faut donc insister sur le rôle de chaque composante dans la structure globale),
 3. il a des difficultés à expliquer les étapes de son raisonnement (il faut le lui demander) mais peut proposer plusieurs approches d'un problème (d'où la nécessité de proposer plusieurs applications différentes d'un concept),
 4. il aime poser des questions, manipuler des objets, développer une vision géométrique (d'où le conseil de moduler la note en tenant compte de l'approche et du raisonnement et pas seulement de la réponse finale, et de proposer des modèles variés, des liens géométriques avec les nouveaux concepts).

Pour l'enseignant voulant s'adresser à des apprenants de style qualitatif, plusieurs conseils sont donnés : expliquer les aspects linguistiques du concept, présenter le principe général, faire chercher des liens entre un matériel et le concept, donner plusieurs exemples précis du concept et faire dire ce que les élèves ont découvert, montrer les liens entre les applications et le concept.

Chaque profil pouvant s'enrichir de l'autre, le travail en groupe trouve ici une justification supplémentaire.

Le sentiment d'incompétence des élèves est un obstacle à surmonter pour eux comme pour les enseignants. La motivation y joue un grand rôle. Quelques suggestions sont faites pour y remédier :

- offrir plus de choix de formules ou d'activités (choix entre écoute et restitution ou travail par exemple)
- responsabiliser les élèves face à leur apprentissage (points si l'objectif est atteint)
- favoriser un travail intellectuel plus exigeant : recherche de liens, analyse d'un nouveau problème (avec l'idée de 3 niveaux de type restitution – applications simples - applications complexes)

Notre monde étant très visuel, utiliser des supports visuels variés ("organiseurs graphiques") est une aide pour capter l'attention, renforcer la compréhension et donner de la pertinence aux apprentissages.

Pour la résolution de problèmes, on propose une stratégie : Survol (lire pour avoir une compréhension générale du problème), Question (se demander les infos nécessaires pour résoudre le problème), Relecture (repérer les données, les faits, les détails nécessaires), Question (chercher la méthode de résolution, les étapes de résolution), Calcul, Question (sur la plausibilité de la réponse et du processus de résolution).

7. LE DEPISTAGE DES DIFFICULTES EN MATHEMATIQUES ET LES INTERVENTIONS POSSIBLES

La proportion d'élèves en âge scolaire ayant des difficultés en mathématique est en augmentation, d'où les recherches sur le sujet.

Plusieurs capacités constituent un préalable pour l'apprentissage des maths :

- suivre des consignes dans l'ordre donné,
- reconnaître des régularités,
- estimer en évaluant au mieux la quantité, la taille, la grandeur, le montant,
- visualiser mentalement des images et les manipuler,
- avoir le sens de l'orientation et de l'organisation spatiale (gauche / droite, horizontalité / verticalité),
- effectuer un raisonnement déductif (du général au particulier, de la cause à la conséquence),
- effectuer un raisonnement inductif (compréhension spontanée, repérage de régularités, relations entre les procédés et les concepts).

Plusieurs facteurs sont des outils diagnostiques pour évaluer la nature des difficultés :

- les compétences métacognitives (ou profil d'apprentissage en général) de l'élève pour voir comment l'élève aborde un problème, ses stratégies, ses connaissances préalables, en demandant des justifications.
- le profil d'apprentissage en mathématiques (cf chapitre précédent) : approche procédurale ou intuitive.
- le langage des mathématiques (traductions français – mathématique)
- les habiletés préalables
- le degré de maîtrise de l'apprentissage : il y en aurait 6 :
 1. Etablir des liens entre les nouvelles connaissances et les anciennes et ses expériences ;
 2. Utiliser du matériel (jetons, ...) pour construire un modèle ou illustrer un concept ;
 3. Illustrer le problème par un schéma (diagramme, ...) ;
 4. Traduire un concept en notation mathématique (symboles, formules, équations, ...) ;
 5. Appliquer le concept correctement à une situation (problèmes du manuel, du monde réel) ;
 6. Enseigner correctement le concept à d'autres ou rédiger clairement des explications.

Parmi les facteurs externes figure l'attitude de l'élève, mais aussi la peur des maths (peur de l'échec, manque de confiance) souvent due à une compréhension limitée des concepts mathématiques, masquée par la mémorisation de procédés et techniques.

Quelques pistes à l'enseignant pour atténuer la phobie des maths :

- concernant l'attitude : valoriser les mathématiques en tant qu'invention humaine et outil pour les autres disciplines, favoriser curiosité et confiance par des tâches intéressantes et pertinentes, privilégier l'objectif et la démarche plutôt que la réponse exacte, créer des occasions de réussite, avoir de l'assurance, éviter les idées reçues sur les capacités des élèves ;
- concernant le programme : éviter les répétitions, favoriser les découvertes et le passage progressif à l'abstrait, utiliser les connaissances dans des contextes neufs, viser une compréhension approfondie ;
- concernant les stratégies d'enseignement : posséder de bonnes compétences dans la matière, éviter le trio explication – exercices – mémorisation parce qu'il n'insiste pas assez sur la compréhension, manifester de l'empathie pour les élèves (se mettre à leur place, poser des questions pour aider les élèves, expliquer à quoi sert la matière vue, travailler la résolution de problèmes seul ou en groupe, encourager les élèves à poser des questions sur des liens, faire décrire des situations)
- concernant la culture de la classe : proposer un environnement ouvert, sécurisé, où la réflexion est privilégiée, faire chercher du sens et éviter de faire mémoriser des techniques sans réflexion
- concernant le mode d'évaluation : privilégier une évaluation continue plutôt qu'un examen, utiliser plusieurs méthodes d'évaluation (oral, écrit, raisonnement), ne pas juger l'élève mais son travail.

La dyscalculie peut être développementale ou héréditaire. Elle se caractérise par la difficulté de mémoriser les tables, de maîtriser la chronologie et/ou l'organisation spatiale, de mémoriser des règles, de suivre des

instructions, des techniques. Elle peut être quantitative (difficulté de dénombrement et de calcul), qualitative (difficulté à conceptualiser, à s'orienter spatialement) ou mixte (incapacité à lier quantité et espace).

Plusieurs pistes de remédiation spécifique sont proposées.

8. LA PLANIFICATION DES COURS DE MATHÉMATIQUES DONNÉS AUX JEUNES DE 4 A 17 ANS

Une spécificité des mathématiques est la nécessité de maîtriser les contenus mais aussi les procédures.

Pour la planification de ses cours, l'enseignant doit se poser plusieurs questions :

- Le cours tient-il compte du fonctionnement de la mémoire ? (nombre d'informations, temps d'attention)
- le cours comporte-t-il une clôture cognitive ? (résumé par l'apprenant de ce qu'il a appris et sens de cet apprentissage) : ce n'est pas une révision, cela peut se faire au début (évocation du cours précédent), pendant le cours (entre deux "sous-apprentissages"), ou à la fin (le plus adéquat) pour lier tous les éléments et donner du sens.
- l'effet "début – fin" a-t-il été pris en compte ? (nouvelles informations en début de cours et exactes ; administration (présences, ...), répétitions et exercices au milieu du cours, avec recherche de liens ; clôture cognitive à la fin) ; correction de devoir en début de cours si on insiste sur les procédés corrects (et pas sur les erreurs).
- Comment bien intégrer les exercices ? (nombre limité de concepts nouveaux, bien établir et illustrer les étapes, par exemple avec du matériel, exercices résolus en classe, corriger rapidement les erreurs, prévoir des prolongements à faire de façon indépendante.
- Dans quelle mesure l'écriture doit-elle être présente ? Elle joue le rôle d'activité kinesthésique, aidant les neurones à se mobiliser. (expliquer son rôle, revoir le vocabulaire, discuter avant d'écrire, faire écrire individuellement ou en groupe, proposer un travail intéressant, guider au début si nécessaire, éviter que les élèves recopient, proposer une aide individuelle, utiliser les idées des élèves). L'écriture peut être un outil d'évaluation.
- Les intelligences multiples sont-elles prises en compte ? (mots pour le verbo-linguistique, questions pour le logico-mathématique, schéma pour le spatial, rythme ou musique (me semble plus difficile), faire bouger pour le kinesthésique, discussions pour l'intelligence interpersonnelle, analogie personnelle ou bilan personnel pour l'intelligence intrapersonnelle, liens avec l'environnement pour le naturaliste.
- L'enseignement est-il différencié ? (processus, production, apport, centre d'intérêt, profil d'apprentissage)

Conclusion (p. 198) :

- *"Tout le monde a la capacité de faire des opérations arithmétiques. On naît avec cette aptitude.*
- *L'apprentissage par cœur sans recherche de pertinence entrave l'application à long terme des connaissances en mathématiques.*
- *L'apprentissage des mathématiques est plus facile lorsqu'il a du sens et de la pertinence aux yeux de l'apprenant.*
- *L'apprentissage des mathématiques est plus facile lorsque l'apprenant peut relier les opérations et les concepts mathématiques à des situations de la vie courante.*
- *La discussion et l'écriture sur les mathématiques approfondissent l'apprentissage et améliorent le rappel.*
- *L'apprentissage des mathématiques exige une progression du concret à l'imagé puis au symbolique.*
- *Les individus apprennent les mathématiques de diverses façons."*