

# Difficultés en numération ... et pistes de remédiation !

---

Joëlle Lamon,  
30 janvier 2023

# Quelques questions avant de démarrer

---

- Présentation informelle  
(Nom, niveau d'enseignement, attentes spécifiques)

# Cadre proposé

---

- Questions et utilisation possible de Wooclap (<https://www.wooclap.com/IFC23MATH1> )
- Site <https://www.jeuxmath.be> qui rassemble beaucoup d'informations
- Page <https://www.jeuxmath.be/ressource/formations-initiale-et-continue/> (accès avec Maryna 22) pour les documents spécifiques aux formations continues
- Courriel : [joelle.lamon@he-ferrer.be](mailto:joelle.lamon@he-ferrer.be)

# Une typologie des difficultés en math ?

---

1. Problème de projet ?
2. Problème de motivation ?
3. Problème d'attention ?
4. Problème de mémorisation ?
5. Problème de structure logique ?
6. Problème de compréhension ? de la langue ? de consigne ? de concept ?
7. Problème de réflexion, d'inhibition d'automatismes ?

# Quelques généralités – pistes générales

---

- <https://view.genial.ly/5f757f7eb3bb1f0d011a6751/interactive-content-maths-0-introduction>

# Quelques difficultés spécifiques aux maths

---

- Abstraction de la réalité
- Modélisation et caractéristiques à retenir ou pas
- Rôle du matériel : en avoir ... pour apprendre à s'en passer
- Rôle de la consigne
- Importance de pouvoir vérifier si un résultat est plausible, d'estimer

# Manipulations et transferts (3/12)

---

- Quelle(s) traduction(s) pour une manipulation ?
- Jouer ou manipuler ne suffit pas !
- Quels transferts ?

Un exemple : Adaptations du jeu Zahlen-Mobile (1)

# Manipulations et transferts

---

- Laisser un temps de manipulation libre
- Expliciter les caractéristiques du matériel
- Faire verbaliser des phrases mathématiques complètes, changer de langage
- Se séparer progressivement du matériel (aide : représentation imagée)
- Lien explicité entre la manipulation et la théorie, le concept
- Faire créer de nouvelles situations liée au concept avec le matériel

# Le comptage (5/8)

---

- Erreurs dans la suite des nombres
- Dépasser le comptage un par un

# Le comptage

---

- Les différents aspects du comptage (litanie, dernier mot-nombre cité et aspect cardinal, ordre de comptage, nature des objets)
- Le concept de nombre : cardinal mais aussi ordinal (et lien avec décomposition, avec droite des nombres, particulièrement utile pour les dyscalculiques)
- Conservation du nombre
- Variété des procédés de dénombrement, nécessité du groupement
- Variations : « Et si ... » ; comptage à l'envers

# Les nombres, du concret à l'abstrait (5/9)

---

- Passer des doigts à une représentation mentale
- Passer des cases à la droite graduée

Exemple : Adaptations du matériel SpielMal (2)

# Les nombres, du concret à l'abstrait

---

- L'importance des « nombres de » de Stella Baruk, des contextes variés, même pour les calculs
- Nécessité de compter autrement que unité par unité : variation des schèmes, des groupements proposés.
- Matériel varié : jetons, cartes, legos, cotons tiges ou pailles, objets, cubes emboîtables, ...
- Contextes variés dont mesure, passer de l'ordinal au cardinal, utiliser la bande numérique, le tableau jusqu'à 100
- Représentants pour D, C, UM
- Aide de la latte pour comprendre le passage de la bande numérique à la droite graduée.

# Le(s) sens donnés aux nombres (5/11)

---

Construire un concept abstrait nécessite d'en connaître de nombreux exemples, chaque situation venant compléter l'image abstraite qui se construit.

Exemple : Adaptations des cartes Calcul'AS (3)

# Le(s) sens donnés aux nombres

---

- Même pour le calcul mental, donner du sens peut aider.
- On peut utiliser des grandeurs, des euros, des objets
- Penser aux décompositions, et à des représentations variées (ensembles, arbres, rectangles, ...)

# Nombres avec ou sans unités (5/12)

---

- Quand écrire les unités ?
- Oubli des unités (grandeurs et problèmes)

Exemple : Adaptations de problèmes variés (Championnats des Jeux Mathématiques et logiques) (4). Document sur <https://www.fbjm.be> pour la Belgique.

# Nombres avec ou sans unités

---

- Utiliser les nombres dans des contextes variés, fort différents (cardinal, mais aussi comptage, lecture, ordinal, suite de nombres, numéros, mesure, ...)
- Profiter d'un maximum de circonstances de la vie quotidienne et de projets (cuisine, jardinage, organisation de la classe, activités artistiques, psychomotricité)
- Séparer progressivement le problème, sa résolution numérique abstraite (dans une certaine unité) et la réponse à la question (c'est ce qui se fera dans le secondaire avec les équations), sans oublier la plausibilité, l'estimation

# Sens des grands nombres (9/12)

---

- Quel matériel ?
- Quel(s) prérequis ?

# Sens des grands nombres

---

- Insister sur l'aspect positionnel de notre numération
- Varier les situations, les contextes, le matériel (Étiquettes Montessori intéressantes)
- Exploiter les unités de mesure, des grandeurs différentes
- Exposition de nombres
- Familles de nombres, rapports, fractions
- Ordre des nombres
- Écriture des nombres (français, virgule, fractions, pourcents)

# Sens des nombres à virgule (8/12)

---

- Différence avec les nombres entiers ?
- Quel matériel ?

# Sens des nombres à virgule (8/12)

---

- Différence avec les nombres entiers ?
- Quel matériel ?

Exemple : construire 2,43 feuilles de papier A4 et imaginer des prolongements avec ce matériel simple (5)

# Sens des nombres à virgule

---

- Insister sur l'aspect positionnel de notre numération,
- Varier les situations, les contextes, le matériel (glisse-nombre, feuille partagée)
- Exploiter les unités de mesure, des grandeurs différentes, des rangs différents
- Exposition de nombres
- Familles de nombres, rapports, fractions
- Ordre des nombres, lignes ou tableaux lacunaires
- Ecriture des nombres (français, virgule, fractions, pourcents) et passages

# Groupements et bases (3/12)

---

- Différence, introduction

Exemple : adaptations du jeu de la banquière (6)

# Groupements et bases

---

- Le chiffre dépend de l'unité choisie, le nombre aussi.
  - Varier le nombre d'objets pour représenter un nombre (« On disait que ... valait ... »)
- Dès la maternelle, faire faire du troc, puis des groupements et des échanges « paquets » différents vers position différente et faire verbaliser
- Faire vivre et verbaliser des échanges, des groupements (surtout par 2 et par 5, puis par 10)
- Insister sur le caractère positionnel de notre numération (Aide : Glisse-nombre)

# Le sens du signe = (5/12)

---

- Rôle donné en classe et erreurs des élèves
- Les calculs lacunaires
- Et dans la réalité ?

Un exemple : Adaptations du jeu Zahlen-Mobile (1)

# Le sens du signe =

---

- Faire associer des expressions du type  $5 + 3$  et  $6 + 2$  (objets)
- Faire écrire des chaînes d'égalités
- Ne pas se focaliser sur la réponse
- Jeux Zahlenmobile, SolveMe Mobiles en leur donnant du sens
- Faire écrire un calcul par ligne
- Faire retrouver des erreurs

# Les « automathes » et le calcul (7/12)

---

- L'obsession de la réponse (numérique)
- Le stress des colonnes de calculs

Un exemple : Adaptations du jeu Mathador Flash (7)

# Les « automathes » et le calcul

---

- Donner la réponse peut rassurer et donner confiance, même pour du calcul mental
- Importance de la démarche pour éviter la focalisation sur une réponse.
- Insister en classe sur les méthodes de résolution possibles (le « comment »)
- Faire verbaliser les démarches
- Les meilleurs peuvent essayer de trouver plusieurs démarches

# Les « automathes » et les problèmes (7/12)

---

- L'obsession de la réponse (numérique)
- Difficulté de la résolution de problèmes

Exemple : Adaptations de problèmes variés (Championnats des Jeux Mathématiques et logiques) (4): accès sur <https://www.fbjm.be> pour la Belgique.

# Les « automathes » et les problèmes

---

- Compréhension du problème : essentielle (penser aux dessins de problèmes, les faire comparer en recherchant les plus adaptés, laisser progresser)
- Rôle particulièrement intéressant des histoires mathématiques
- Analyser les énoncés : vocabulaire, données, question
- Associer mots-clés et opérations, faire se méfier des pièges
- Faire inventer des questions
- Importance de la démarche pour éviter la focalisation sur une réponse.
- Faire verbaliser les démarches
- Se méfier des implicites !!

# Sens de la soustraction (5/8)

---

- Quel(s) sens perçu(s) par les enfants ?  
Enlever, mais est-ce le seul ?
- Quel(s) sens de la soustraction développer et pourquoi ?

Exemple : Adaptations des cartes Calcul'AS (3)

# Sens de la soustraction

---

- Plusieurs aspects :
  - reste après que l'on ait enlevé, ôté, soustrait, perdu, ... : lié à une action
  - différence, comparaison, écart,
  - complément : ce qui manque pour obtenir ... : proche de la notion d'écart
- Une représentation visuelle pour donner du sens : les blocs (Méthode de Singapour), les cartes Calcul'AS

# Passer par la dizaine (ou pas ...) (6/8)

---

D'où vient la difficulté ?

Comment y remédier ?

Un exemple : Adaptations du jeu Mathador Flash (7)

# Passer par la dizaine (ou pas ...)

---

- Objectif premier : **automatiser** les sommes de deux nombres  $< 10$
- Remarque : le passage par 10 n'est pas indispensable et est même coûteux
- Laisser libres les décompositions, insister plutôt sur les égalités de décompositions différentes ( $6+7 = 8+5$ )
- Objectif à plus long terme : calculer facilement des sommes du type  $DU + U$

# Sens de la division (5/9)

---

- Quel(s) sens perçu(s) par les enfants ?  
Partager, mais est-ce le seul ?
- Quel(s) sens de la division développer et pourquoi ?

# Sens de la division

---

- Complexité sous-estimée, abstraction trop rapide
- Plusieurs aspects :
  - partage lié à une action
  - contenance, mesure : aidera à comprendre la division par un nombre inférieur à 1 (1/2 par exemple) et plus tard la division par une fraction
  - division exacte, avec reste, approchée

# Mémoriser les tables de multiplication (7/12)

---

- Aider à automatiser les calculs des tables de multiplication

Exemple : Adaptations du matériel SpielMal (2)

# Mémoriser les tables de multiplication

---

- Revenir au sens de la multiplication, prérequis indispensable : écriture économique d'une addition répétée
- **Construire** les tables avant de les mémoriser, voir les liens entre les tables
- Utiliser les quadrillages comme aide (et verbalisation, matériel
- Insister sur l'importance d'**automatiser** les calculs et pas les résultats seuls (donc pas la table dans l'ordre) : cette automatisation prend du temps (bataille, memory, mandala, ...), et il faut y revenir régulièrement

# Multiplier par 10, par 100, ... (7/12)

---

- Le danger de croire qu'il suffit d'ajouter 0 à droite pour multiplier par dix
- Ecrire en lettres les nombres ne suffira pas.
- Penser à la suite : les nombres à virgule

# Multiplier par 10, par 100 ...

---

- Montrer une image visuelle, géométrique (quadrillage)
- Montrer le changement de rang de chaque chiffre (idée des chiffres du nombre qui glissent de rang vers la gauche : ceci restera valable pour des nombres à virgule) : un matériel privilégié : le glisse-nombre.

# Multiples et diviseurs (6/12)

---

- Donner du sens à ces mots pour éviter les confusions avec multiplier et diviser

Exemple : Adaptations du matériel SpielMal (2)

# Multiples et diviseurs

---

- Montrer les multiples et les diviseurs avec un quadrillage aidant à donner du sens au mot :
  - pour les multiples un rectangle de  $n$  carrés repris  $k$  fois, avec comme cas particulier 0
  - pour les diviseurs un bloc repris dans un quadrillage plus grand, avec comme cas particulier 1

# Calcul pensé ou réfléchi (7/12)

---

- Utiliser une technique précise ou pas ?
- Quelles techniques ?

Exemple : Adaptations du jeu "Le compte est bon" (8)

# Calcul pensé ou réfléchi

---

- Objectif à long terme : calculer rapidement (donc économiquement)
- Procédés : compensation (qui agit sur les 2 nombres), distributivité (avec décomposition additive ou soustractive), composition (en suite d'opérations)
- Nécessité que les élèves maîtrisent les 3 procédés pour pouvoir choisir progressivement la plus adéquate.
- Nécessité de **faire des liens** !

# Relier le calcul écrit au calcul mental (8/12)

---

- Comment aider à comprendre puis appliquer les diverses techniques ?
- Comment faire comprendre qu'il s'agit de techniques, et qu'il en existe d'autres à travers les âges et les pays.

# Relier le calcul écrit au calcul mental

---

- Nécessité de faire le lien entre le calcul écrit et le système de numération de position d'une part, et le calcul mental de l'autre.
- Addition : report pouvant être écrit en-dessous
- Soustraction : emprunt ou compensation à expliquer avec C, D, U
- Multiplication : commencer par écrire un calcul mental par ligne, à expliquer avec C, D, U et réduire progressivement
- Division : Revenir à l'opération concrète, avec UMCDU, et insister à chaque étape sur le sens de ce qui est fait.
- Aborder d'autres méthodes est intéressant pour l'aspect culturel et aide à faire comprendre leur caractère arbitraire.

# Comprendre une suite de calculs (8/12)

---

- Souvent, dans un calcul complexe, les élèves perdent le fil

Exemple : Adaptations du jeu "Le compte est bon" (8)

# Comprendre une suite de calculs

---

- Ne pas hésiter à écrire toutes les étapes intermédiaires (enseignement explicite)
- Donner un contexte, revenir au sens, faire estimer

## Et les fractions ? (5/12)

---

- Comment leur donner du sens, éviter les erreurs

Exemple : Adaptations du jeu "Atelier des potions" (9)

# Et les fractions ? (5/12)

---

- Significations multiples
- Donner du sens à chaque concept  
(Partage, opérateur, rapport, nombre de la droite graduée)
- Liens futurs avec pourcentages et proportions directes

# A votre tour !

---

Réfléchir à des exploitations possibles à votre niveau de l'un des jeux ou matériels proposés :

1. Zahlen-Mobile

2. SpielMal

3. Calcul'AS

4. Problèmes de la FBJM

5. Feuilles

6. Banquière

7. Mathador Flash

8. Le compte est bon

9. Atelier des potions

# Prolongement :

---

En petits groupes, reprendre des difficultés citées au début de la formation et les analyser en utilisant les informations de ce document, disponible sur le site (page "formations continues").

# Analyser les difficultés d'un élève

---

- De quoi s'agit-il ? Qu'est-ce que l'élève connaît ? Exemples, mots (savoir déclaratif)
- A-t-il compris le concept ? Exemples et contrexemples, similitudes et différences, liens (savoir conditionnel)
- Est-il capable d'utiliser le concept en expliquant les étapes de son raisonnement ? (savoir procédural)
- Varier les langages, les approches, les contextes pour donner du sens !!

# En vue du jour 2 (prévu le 31/01/23)

---

- Repérer des copies d'élèves des traces de ce qui a été relevé comme difficulté.
- Répertorier des remédiations qui ont été efficaces.
- Rassembler des questions qui resteraient.
- M'envoyer vos remarques, avis, questions : [joelle.lamon@he-ferrer.eu](mailto:joelle.lamon@he-ferrer.eu)  
(sans doute plus tard !)

# Sources liées aux nombres et à la numération

---

- CHEVALIER Anne, Réussir l'entrée en mathématiques – Construire les nombres naturels et les opérations (Couleur livres, 2020)
- DERIDDER M-P et HOEVEN St., Voyage en Calculie (Atzeo, 2018)
- GUERITTE-HESS B. et GIRAUD-BRUN M-Cl, 100 idées pour apprendre à résoudre les problèmes en maths (Tom Pousse, 2016)

# Sources plus générales

---

- KEYMEULEN R. et coll., *Motivez les enfants par le jeu* (De Boeck, 2018)
- RICHER I., *Des activités mathématiques qui sortent de l'ordinaire* (Chenelière éducation, 2016)
- SMALL Marian, *L'enseignement différencié des mathématiques* (Modulo, 2014)
- SOUSA David A., *Un cerveau pour apprendre les mathématiques* (Chenelière éducation, 2010)